

PROBLEMAS

1. Un jardinero tiene que plantar en una fila a lo largo de un camino tres robles, cuatro encinas y cinco hayas. Planta los árboles al azar; siendo la probabilidad de plantar un árbol u otro la misma.
Hallar la probabilidad de que, una vez plantados todos los árboles, no haya dos hayas consecutivas. (Fase Local OME 2010)
2. Sea n un entero positivo. Cada uno de los números $1, 2, 3, \dots, 2023$ se pinta de un color a escoger entre n distintos. Una vez coloreados, se observa que cualquier par (a, b) , con $a < b$ y de manera que $a|b$, satisface que a y b son de distinto color. Encontrar el menor valor de n para el cuál esta situación es posible. (Fase Local OME 2023)
3. Saber cual es la última cifra de 2009^{2011} es muy fácil, ¿pero cuántos ceros preceden a esta última cifra? (Fase Local OME 2011)
4. En una fila, hay 2022 personas. Cada una de ellas, o siempre miente o siempre dice la verdad. Todos ellos afirman: ¿hay más mentirosos a mi izquierda que personas que digan la verdad a mi derecha? Determinar cuántos mentirosos hay en la fila. (Fase Local OME 2022)
5. Sea $n > 2$ un entero positivo. Tenemos $2n$ bolas, en cada una de las cuales hay escrito un entero. Se cumple que siempre que formamos n parejas con dos bolas, dos de estas parejas tienen la misma suma.
 - a) Demuestra que hay 4 bolas con el mismo número.
 - b) Demuestra que el número de valores distintos que hay en las bolas es $n - 1$.(Fase Local OME 2015)
6. Un poliedro convexo tiene por caras 12 cuadrados, 8 hexágonos regulares y 6 octógonos regulares. En cada vértice del poliedro concurren exactamente un cuadrado, un hexágono y un octógono. ¿Cuántos segmentos que unen pares de vértices del poliedro son interiores al mismo, es decir, no son aristas ni están contenidos en una cara? (Fase Local OME 2007)

7. Ana y Benito juegan a un juego que consta de 2020 rondas. Inicialmente, en la mesa hay 2020 cartas, numeradas de 1 a 2020, y Ana tiene una carta adicional con el número 0. En la ronda k -ésima, el jugador que no tiene la carta $k - 1$ decide si toma la carta k o si se la entrega al otro jugador. El número de cada carta indica su valor en puntos. Al terminar el juego, gana quien tiene más puntos. Determina qué jugador tiene estrategia ganadora, o si ambos jugadores pueden forzar el empate, y describe la estrategia a seguir. (OME 2020)
8. En un polígono regular de 67 lados trazamos todos los segmentos que unen dos vértices, incluidos los lados del polígono. Elegimos n de estos segmentos y asignamos a cada uno de ellos un color entre 10 posibles. Halla el valor mínimo de n que garantiza que independientemente de cuales sean los n segmentos elegidos y de como de haga la asignación de colores, siempre habrá un vértice del polígono que pertenece a 7 segmentos del mismo color. (OME 2011)