Problema 1. Sean p, q y r números primos tales que

$$r - q = 2p, \quad rq + 2p = 676.$$

Hallar el valor de pqr.

Problema 2. Hallar todos los pares de enteros positivos m y n tales que

$$n! + 1 = (m! + 1)^2.$$

Problema 3. Escribimos 14 números enteros en la pizarra con la propiedad de que al borrar uno cualquiera de ellos podemos agrupar los 13 restantes en tres montones de igual suma.

a) Demostrar que cada uno de los 14 números es múltiplo de 3.

b) ¿Es posible que alguno de los 14 números escritos no sea el 0?

Problema 4. Los números naturales $22, 23$ y 24 tienen la siguiente propiedad: los exponentes de su descomposición en factores primos son todos impares:

$$22 = 2^1 \cdot 11^1, \quad 23 = 23^1, \quad 24 = 2^3 \cdot 3.$$

¿Cuál es el mayor número de naturales consecutivos que pueden tener esa propiedad?

Problema 5. Probar que el producto de cuatro números naturales consecutivos no puede ser cuadrado ni cubo perfecto.

Problema 6. Probar que para todo número primo p se cumple que

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}.$$