

Mat&Art3: curvas sobre curvas

Miguel Barreras Alconchel. IES Matarraña (Valderrobres)

Para trabajar esta actividad es preciso abrir la página <http://catedu.es/calendas/matearte.htm>

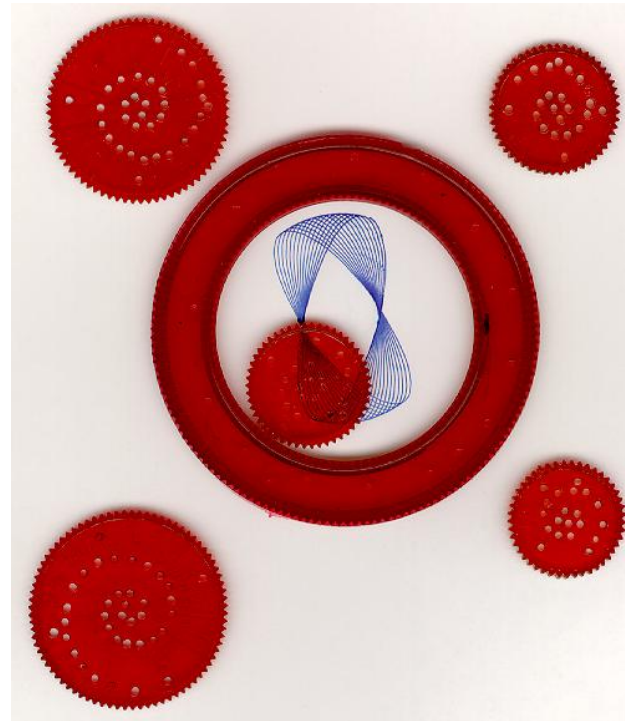
O descargando el paquete comprimido directamente: <http://catedu.es/calendas/matearte.rar>

Abre el vídeo *matearte.avi*.

El juego del ESPIROGRAFO es, a primera vista, un simple divertimento gráfico con el que pueden dibujarse bellas figuras simétricas: estrellas, astroides, rosas de múltiples pétalos y muchas más.

Consta de una corona circular dentada (tanto el borde interno como el externo) y de algunos círculos, también dentados, con pequeños agujeros en su interior a distintas distancias del centro.

El juego consiste simplemente en, una vez acoplada la punta del bolígrafo a uno de los agujeros de uno de los círculos, hacer rodar sin deslizar el círculo por la parte interior (obteniéndose entonces el hipotrocoide) o exterior (dibujándose en ese caso el epitrocoide) del anillo, que permanece fijo en el papel. De esta manera pueden obtenerse sugerentes figuras; algunas se parecen, otras no.



Para simular las figuras que pueden generarse con él basta con conocer las fórmulas. Si suponemos que el radio de la circunferencia fija mide R y r el del círculo que rueda, suponiendo n la razón entre el radio pequeño y la distancia del agujerito al centro del círculo móvil, las ecuaciones toman esta forma:

n-hipotrocoide (si $n=r$) **hipocicloide(R,r)** **n-epitrocoide** (si $n=r$) **epicicloide(R,r)**

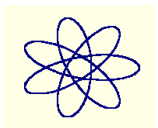
$$x=(R-r)*\text{COS}(t)+(r/n)*\text{COS}((R-r)*t/r)$$

$$x=(R+r)*\text{COS}(t)-(r/n)*\text{COS}((R+r)*t/r)$$

$$y=(R-r)*\text{SENO}(t)-(r/n)*\text{SENO}((R-r)*t/r)$$

$$y=(R+r)*\text{SENO}(t)-(r/n)*\text{SENO}((R+r)*t/r)$$

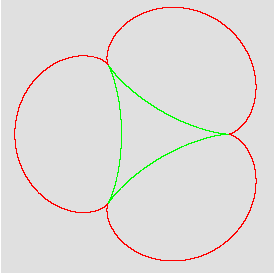
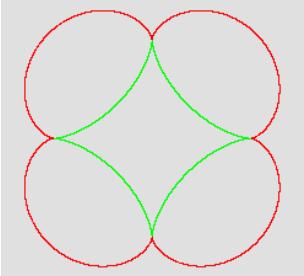
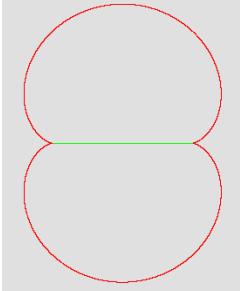
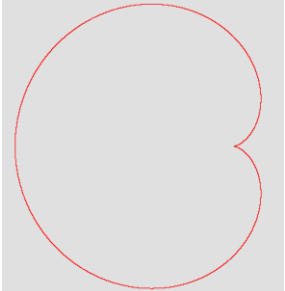
La demostración de estas fórmulas puede verse en *demostración.ppsx*.



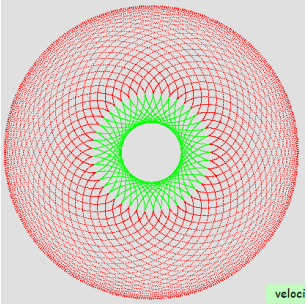
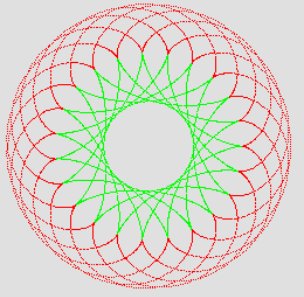
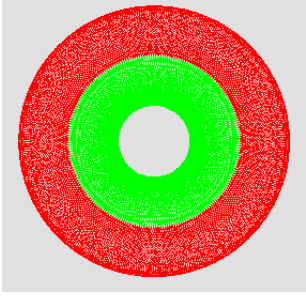
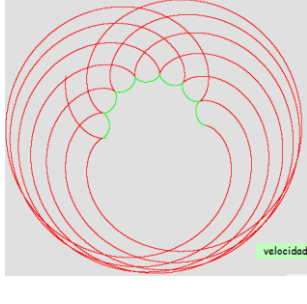
Abre el programa *epihipocicloides.exe*.

Veamos algunos ejemplos.

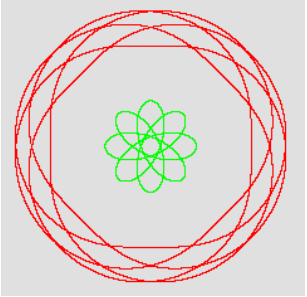
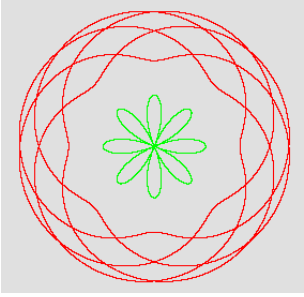
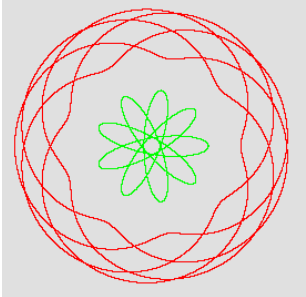
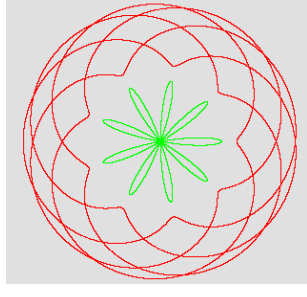
A) epi(hipo)cicloides famosas (R-r-r)

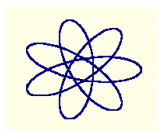
			
3-1-1 (81-27-27) Hipocicloide de Steiner	4-1-1 (8-2-2) Astroide	2-1-1 (20-10-10) Nefroide de Huygens	1-1-1 (5-5-5) Cardioides

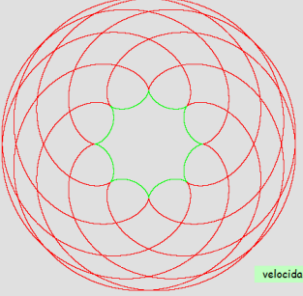
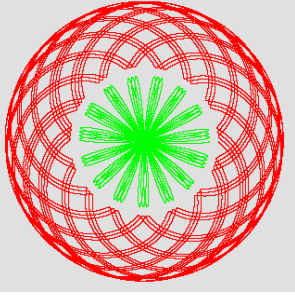
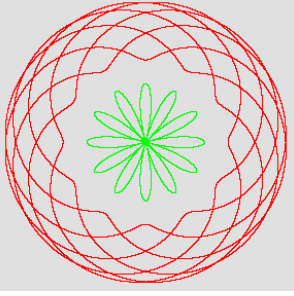
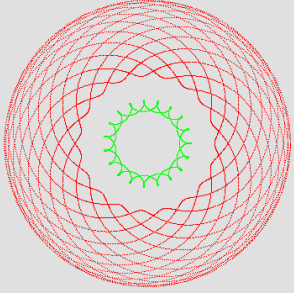
B) Otras epi(hipo)cicloides (R-r-r)

			
45-34-34	23-6-6	231-67-67	1-1-1

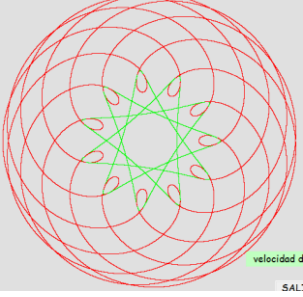
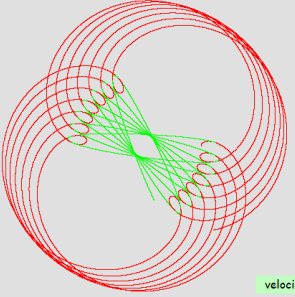
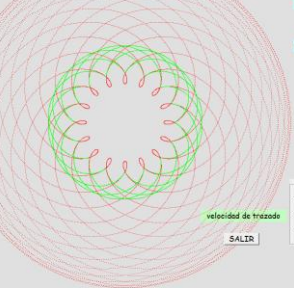
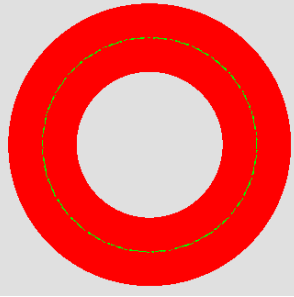
C) epi(hipo)trocoides (R-r-n)

			
---	---	--	---



8-5-2 rosa 8 p	8-5-2 rosa 8 p [cierra]	9-5-3	9-5-4 [cierra]
			
24-21-21 (8-7-79)	214-114-100	12-7-5	19-17-13

Parece claro que los parámetros R , r , n deben cumplir ciertas condiciones. Por ejemplo no puede ser $n > r$, y, para las hipotrocoides, tampoco puede ser $r > R$. Sin embargo...

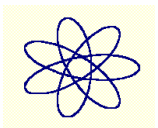
			
11-7-9	35-18-23	16-21-23	119-115-744

Abre [cuadernillo_sin.ppsx](#). (o también [adivinar.pdf](#)) Intenta construir las curvas que aparecen en el documento. (las soluciones están en [cuadernillo.ppsx](#))

Abre [azarhipo&epi.exe](#). Escribe el número de curvas que quieras. El programa toma los parámetros R , r , n al azar y te devuelve las curvas una detrás de otra, sin parar.

Abre [azar3curvas&epi.exe](#). Escribe el número de conjuntos de curvas que quieras. El programa toma los parámetros R , r , n al azar y otro más que actúa sobre las ecuaciones de las hipo-epitrocoides. Ahora son otras curvas (3 en cada presentación). En pantalla se observa cómo se generan, pasando de un conjunto a otro. Es difícil que vuelvas a ver la misma.

Los programas que has utilizado están hechos en VisualBasic. También podemos trabajar en Excel, algo más fácil y cercano.



Abre *EPI_HIP_troco.xls*. Practica y compara con lo hecho anteriormente. Investiga si las ecuaciones en este caso y en los anteriores son idénticas.

Con VisualBasic podía verse cómo se iban generando las curvas conforme se tomaban los valores del parámetro t (el ángulo). Con Excel las curvas aparecen estáticas, pero puede generarse otro tipo de movimiento.

Abre *hipo_movil.xls*. Este libro tiene macros. Da permiso para ejecutarlos. Haciendo clic en las flechas de los contadores (scrolls), aparecen en pantalla familias enteras de hipocicloides (reales o imaginarias). Si abres *hipotroco_movil.xls*, obtendrás el mismo efecto para las hipotrocoides.

Para acabar. Con el programa en Visual Basic *azar3curvas&epi.exe* obteníamos curvas, alteraciones de hipo-epitrocoides, aunque no sabíamos cómo. Con Excel podemos controlar el tipo de alteración. Abre *hipotro_plus.xls*.

Observa, en rojo cómo se han transformado las ecuaciones iniciales:

$$(x) = (1/t)^*(rff-rmm)*\text{COS}(A18) + (nn)*(\text{COS}((rff-rmm)*A18/rmm))^t$$

$$(y) = (1/t)^*(rff-rmm)*\text{SENO}(A18) - (nn)*(\text{SENO}((rff-rmm)*A18/rmm))^t$$

Tú puedes cambiar como quieras y quedarte con las curvas que más te gusten.

Podrás imprimir camisetas con estas figuras y regalarlas a tus amigos y si alguien te pregunta cómo lo has hecho tú les dices que no puedes repetirla, que es única (Aunque tú sabes que no es cierto).

Por ejemplo, la que aparece en la página 5 es el resultado de las ecuaciones anteriores para los siguientes valores:

Radio fijo (rff) = 30 Radio móvil (rmm) = 41 Razón (nn) = 24 Alteración (t) = -0,2

También puedes generarlas con el programa en VisualBasic *azar3curvas&epi.exe*, como la de la página 6. En este caso, la camiseta sí será única y ya no la podrás repetir.

Tal vez ahora se entienda porque toda esta historia se titula

Mat&Art3

