TALLER DE TALENTO MATEMÁTICO

PROBLEMAS DE OPOSICIONES DE SECUNDARIA DE ARAGÓN
AÑOS 1998, 2002, 2004 Y 2014
(Algunas de las soluciones han sido tomadas de la academia DEIMOS)

- En una circunferencia de centro O y radio unidad, se traza un diámetro AB y una cuerda CD que corta perpendicularmente a ese diámetro en un punto E. Se considera la circunferencia que tiene por diámetro CD y se trazan desde el punto A las tangentes AT y AT' a esta circunferencia, siendo T y T', respectivamente, los puntos de tangencia. Sea F el punto de intersección de AB y TT'. Se pide:

a) Demostrar que E es el punto medio del segmento FB.
b) Teniendo en cuenta el resultado anterior y haciendo BE=x, determinar en función de x el área del triángulo ATT'.

(Aragón 1998)

- En una cata de vinos a ciegas intervienen 5 jueces a los que se les sirven dos vinos, uno del campo de Borja y otro del Somontano. El vino seleccionado para la cata se hace con el lanzamiento de una moneda perfecta, a cara o cruz. Cada juez, independientemente, tiene probabilidad ¾ de adivinar el tipo de vino que le han servido. Si 4 de los jueces dicen que el vino servido es del campo de Borja, y el otro que es del Somontano, calcular la probabilidad de que el vino que han catado sea del Somontano.

(Aragón 1998)

- Se eligen al azar dos puntos x e y tales que 0<x<1, 0<y<1. Hallar la probabilidad de que se pueda construir un triángulo obtusángulo cuyos lados midan 1, x e y.

(Aragón 2002)

- Se considera un cono de revolución con una esfera inscrita tangente a la base del cono. Circunscribimos a esta esfera un cilindro de forma que una de sus bases esté sobre la base del cono. Sean V_1 el volumen del cono y V_2 el del cilindro.

a) Probar que $V_1 \neq V_2$.

b) Encontrar el menor número real k para el que se da la igualdad $V_1=kV_2$ y, para dicho valor, calcular el ángulo bajo el que se ve un diámetro de la base del cono desde el vértice del mismo.

(Aragón 2004)

- Determine una función derivable $f:[0,2]\to\Re$ tal que f(1)=1, f(2)=7 y tal que para cada $x\in[0,2]$ sea $3\int_0^x f(t)dt = (f(x)+2f(0))x$

(Aragón 2014)