

## TEORÍA DE NÚMEROS

### 1. Congruencias

Se dice que dos números  $a, b$  son congruentes módulo  $m$  ( $a \equiv b \pmod{m}$ ) si ambos tienen el mismo resto al dividirlos por  $m$ .

Se cumple que  $a \equiv b \pmod{m} \iff m | a - b$

Además, las congruencias pueden sumarse, restarse o multiplicarse, es decir se cumple que si  $a \equiv b \pmod{m}$  y  $c \equiv d \pmod{m}$  :

$$a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}$$

$$ac \equiv bd \pmod{m}$$

Así, se cumple que:

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a^k \equiv b^k \pmod{m}$$

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow f(a) \equiv f(b) \pmod{m}$$

donde  $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$  con  $a_i$  números enteros.

En general, esto no se cumple para la división, pero si se cumple lo siguiente:

$$\text{mcd}(c, m) = 1, ca \equiv cb \pmod{m} \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$$

### 2. Pequeño teorema de Fermat

Sea  $a$  un entero positivo y  $p$  un número primo. Entonces:

$$a^p \equiv a \pmod{p}$$

Por el resultado visto en el apartado anterior sabemos que si  $\text{mcd}(a, p) = 1$ , entonces

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$