Problema1. Probar que no existe ninguna función $f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}$ tal que $f(f(n)) = n + 1$. (OME 2000)

Problema 2. Se consideran 17 enteros positivos tales que ninguno de ellos tiene un factor primo mayor que 7. Demuestra que, al menos, el producto de dos de estos números es un cuadrado perfecto. (Fase local, 2008)

Problema 3. Se considera el triángulo ABC con $\angle BAC = 45^o$ y $\angle ACB = 30^o$. Si M es el punto medio del lado BC, se pide demostrar que $\angle AMB = 45^o$ y que $BC \cdot AC = 2 \cdot AM \cdot AB$.

Problema 4. Un poliedro convexo tiene por caras 12 cuadrados, 8 hexágonos regulares y 6 octógonos regulares. En cada vértice del poliedro concurren exactamente un cuadrado, un hexágono y un octógono. ¿Cuántos segmentos que unen pares de vértices del poliedro son interiores al mismo, es decir, no son aristas ni están contenidos en una cara? (Fase Local, 2007)

Problema 5. Dos esferas de radio r son tangentes exteriores. Tres esferas de radio R son tangentes exteriores entre sí, cada una tangente a las otras dos. Cada una de estas esferas es además, tangente exterior a las dos primeras. Encontrar la relación entre R y r.

Problema 6. Se considera un triángulo equilátero ABC de lado 1 y centro O. Un rayo parte de O y se refleja en los tres lados del triángulo AB, AC, BC (en el orden dado), hasta alcanzar el vértice A. Determinar la longitud mínima del recorrido del rayo.
Nota. Cuando el rayo se refleja en un lado, los ángulos de entrada (incidencia) y salida (reflexión) coinciden.

Problema 7. Un triángulo tiene sus vértices en cada uno de los ejes de un sistema de coordenadas cartesianas en el espacio; ninguno está en el origen, ni dos de ellos coinciden en el mismo eje. Demostrar que el triángulo es acutángulo. (Fase Local, 2004).

Problema 8. Denotemos $\mathbb{N}^* = \{0, 1, 2, 3, ...\}$. Encuentra todas las funciones $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}^*$ con las siguientes propiedades:
i) $f(2) = 2$,
ii) $f(nm) = f(n) + f(m)$ para todo par $n, m \in \mathbb{N}$.

Problema 9. Dada una semicircunferencia de diámetro $AB = 2R$, se considera la cuerda CD de longitud fija c. Sea E la intersección de AC con BD y F la intersección de AD con BC. Probar que el segmento EF tiene longitud constante y dirección constante al variar la cuerda CD sobre la circunferencia.