

Preparación para la XLVII Olimpiada Matemática Española (II) Problemas

Eva Elduque Laburta y Adrián Rodrigo Escudero

5 de noviembre de 2010

Problema 1. Construir un triángulo conocidos

1. un lado, su ángulo opuesto y, la altura a ese lado (a, \hat{A}, h_a) .
2. los ángulos de dos vértices, y la altura desde uno de ellos (\hat{B}, \hat{C}, h_c) .
3. el ángulo de un vértice, la altura desde otro vértice, y la mediana desde el vértice restante (\hat{C}, h_b, m_a) .

Problema 2 (OME 2000, fase local). Considérese la sucesión definida como $a_1 = 3$, y $a_{n+1} = a_n + a_n^2$. Determinense las dos últimas cifras de a_{2000} .

Problema 3 (Olimpiada Matemática Argentina 2004, fase nacional). De una bolsa con 7 kilogramos de arroz se debe separar exactamente 1 kilogramo de arroz. Para ello se dispone de una balanza de dos platos y una pesa de 600 gramos. Dar una manera de hacerlo realizando tres pesadas.

Aclaración: La balanza de dos platos sólo permite afirmar que cuando se equilibra los objetos colocados en ambos platos pesan lo mismo.

Problema 4. Construir un triángulo rectángulo del que se conoce su perímetro y uno de sus catetos $(\hat{A} = 90^\circ, a + b + c, c)$.

Problema 5. Construir un triángulo del que se conocen sus alturas (h_a, h_b, h_c) .

Problema 6. Sea $ABCD$ un trapecio con bases AB y CD . Las diagonales AC y BD se cortan en P , y los lados AD y BC se cortan en Q . Demostrar que PQ corta a las bases en sus puntos medios.

Problema 7. Construir un triángulo dados su circunradio, un lado, y la suma de los otros dos lados $(R, a, b + c)$.