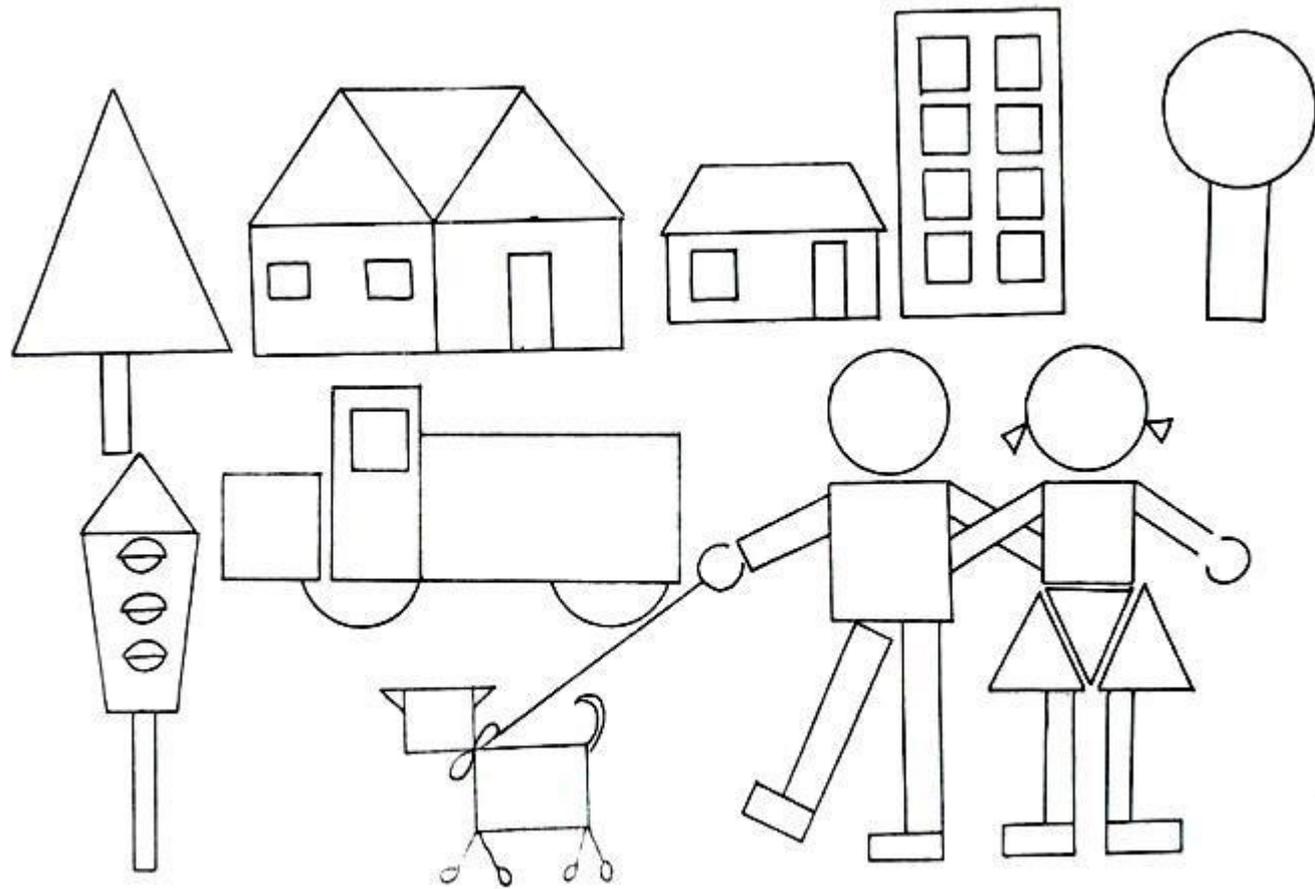
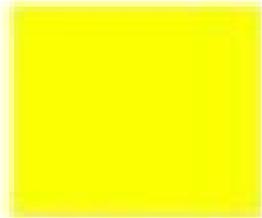


# Taller de fractales

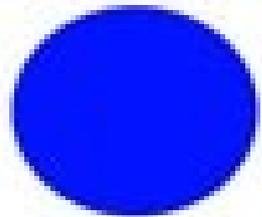
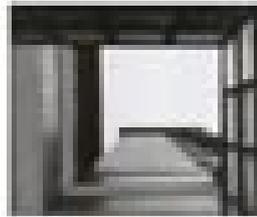


Colorea las figura geométricas con los siguientes colores: cuadrado (rojo) triángulo (azul) rectángulo (verde) círculo (amarillo)

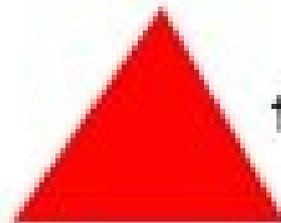
# Las figuras geométricas



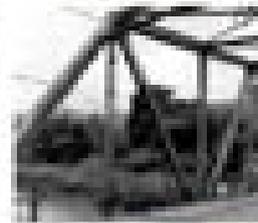
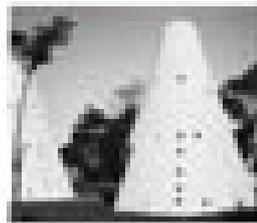
cuadrado



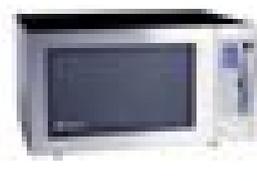
círculo



triángulo



rectángulo





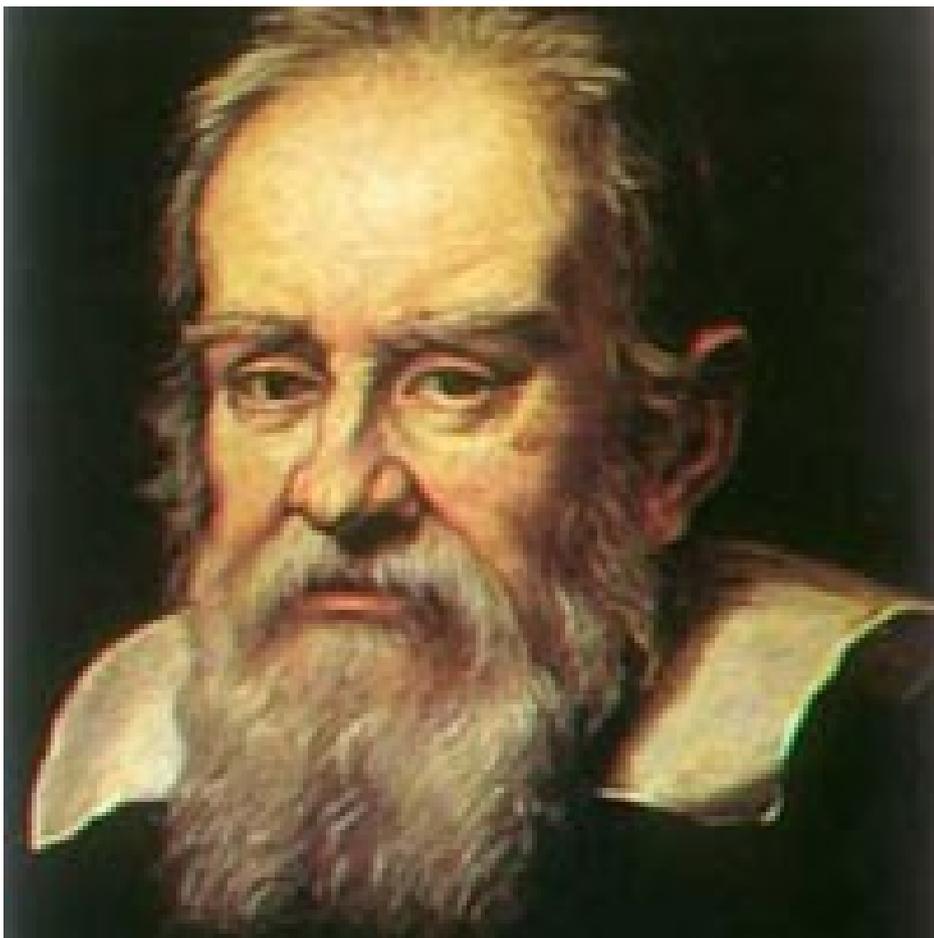




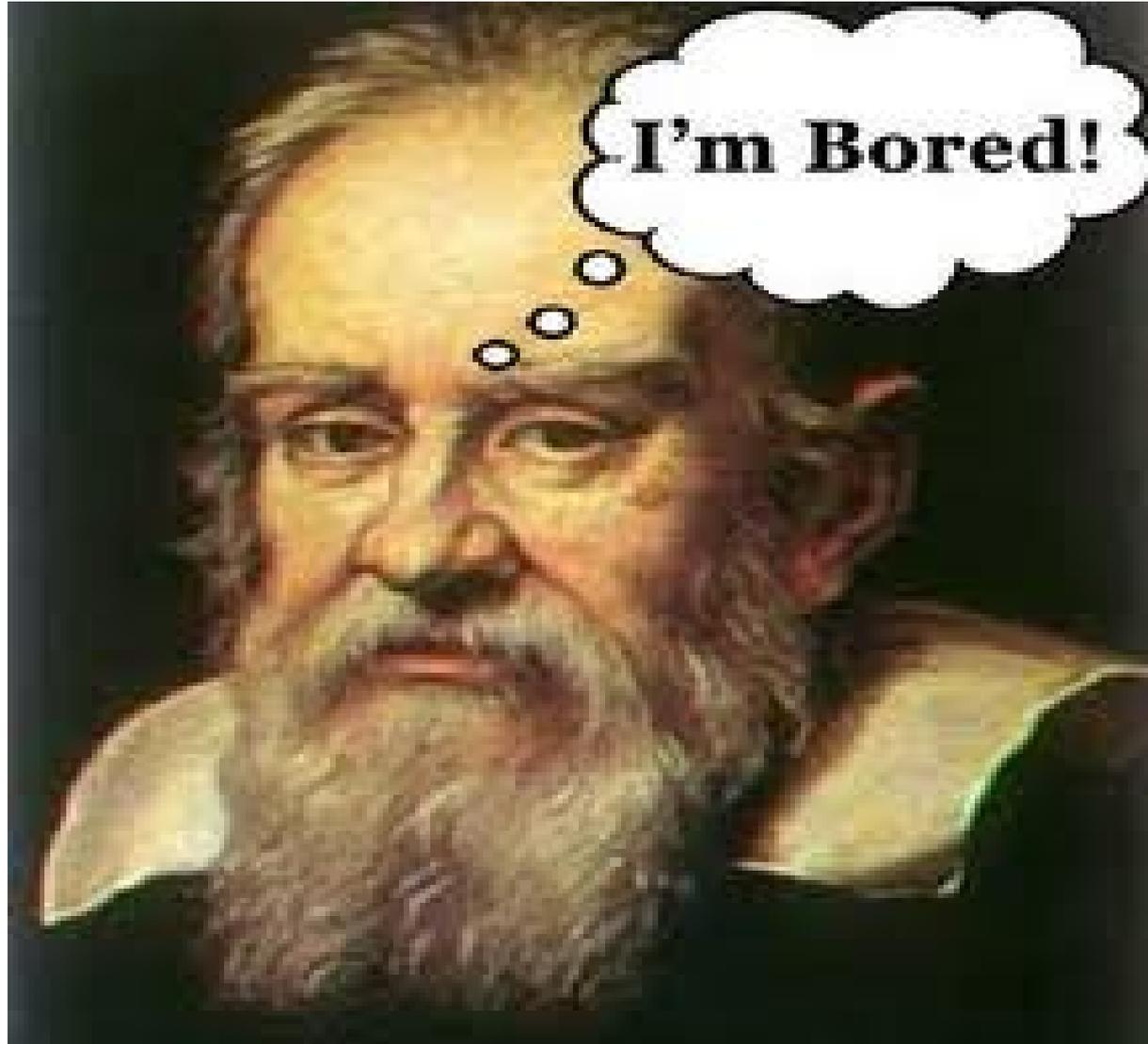








- **La filosofía está escrita en ese gran libro que es el Universo, siempre abierto ante nuestros ojos, pero imposible de leer salvo que uno aprenda a comprender el idioma en que está escrito. Ese idioma es el de las matemáticas, y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las que es humanamente imposible entender una sola palabra; sin ellas, vagamos por un laberinto oscuro.**



**I'm Bored!**











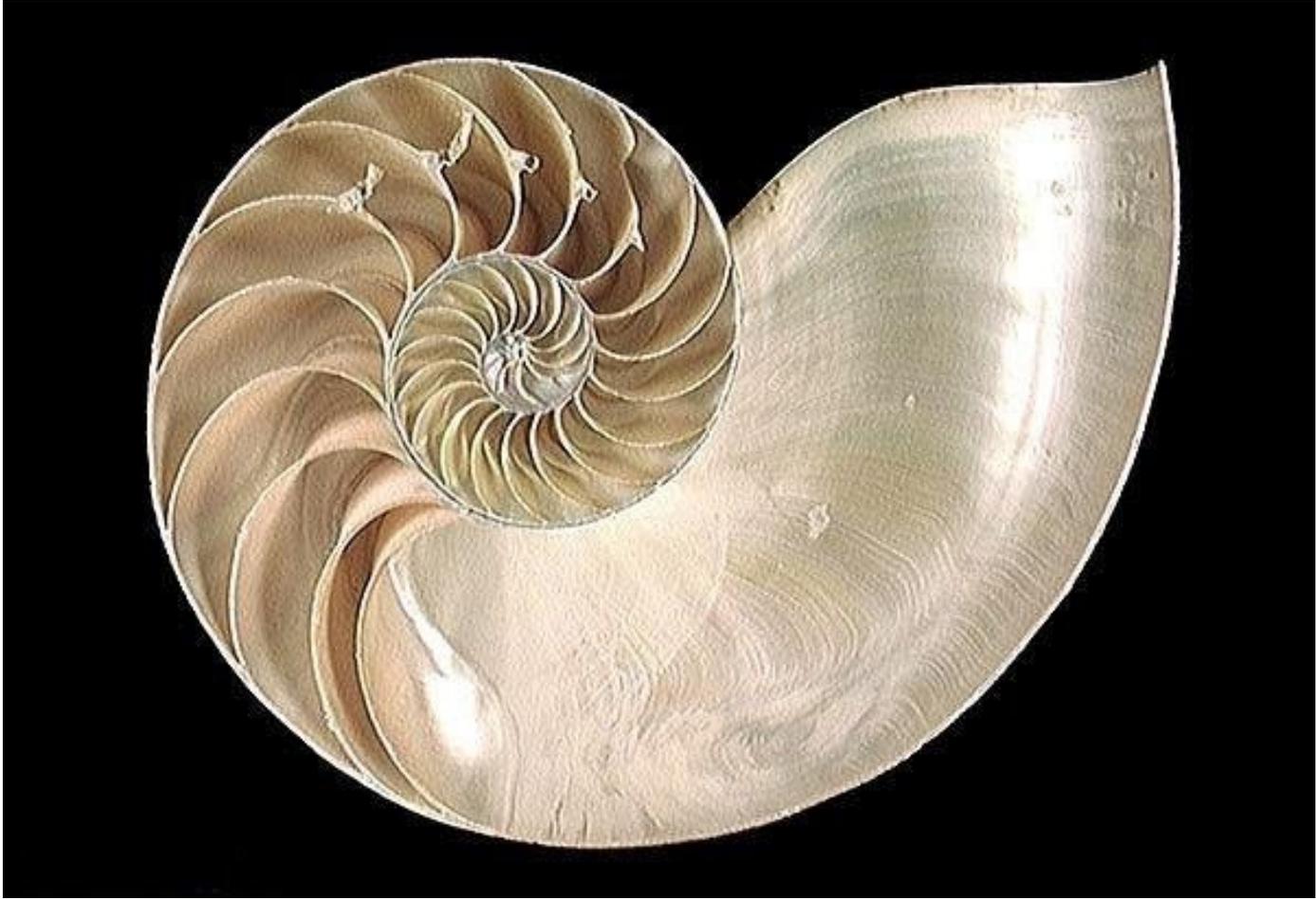


- ... y sin embargo las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las costas no son circulares, la corteza de un árbol no es suave y los relámpagos no viajan en línea recta.

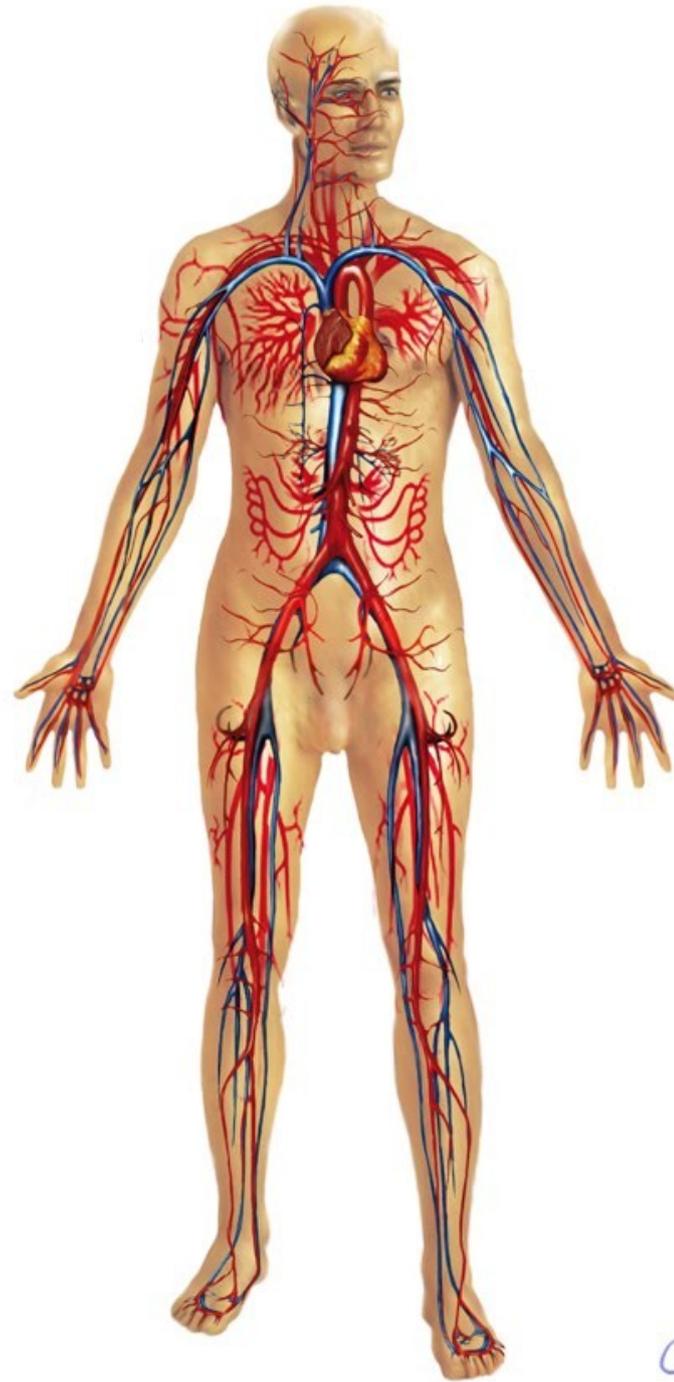












Солн-011

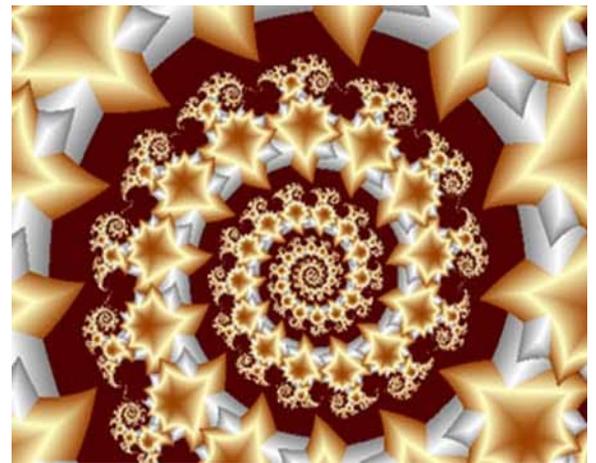
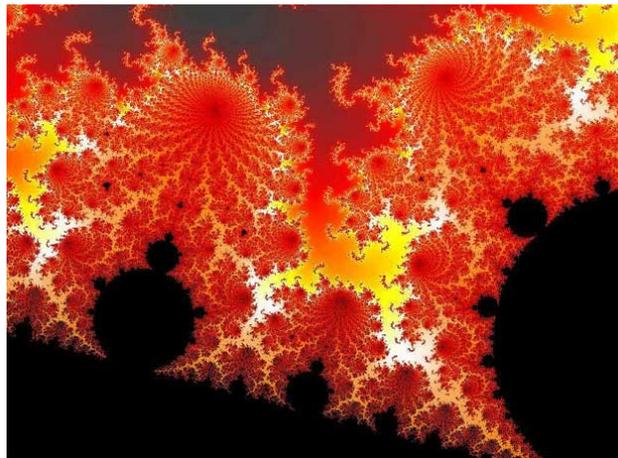
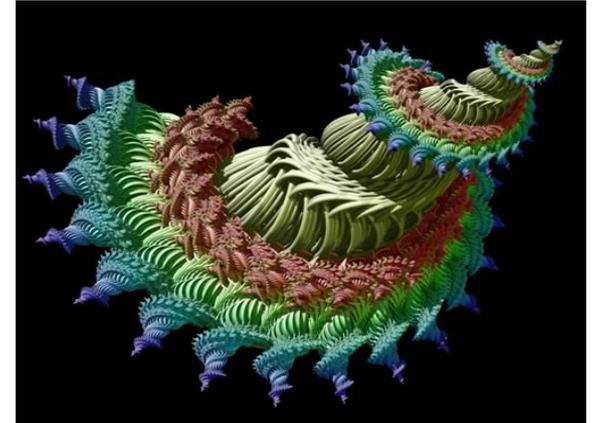
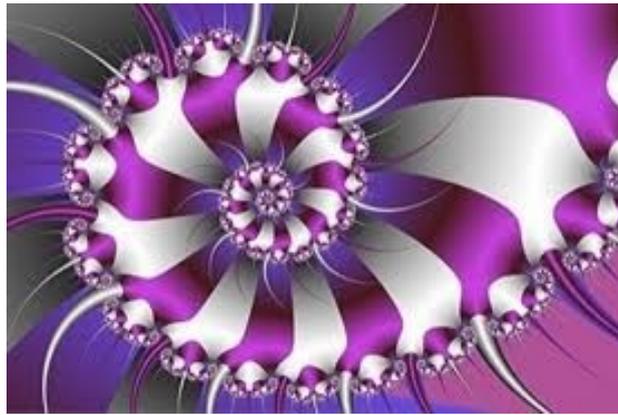
# Evolución

Repetición de estructuras: más eficiencia y menos gasto energético.





# Fractales en Matemáticas



# Primeros ejemplos

- Creados a finales del siglo XIX o a comienzos del siglo XX. Nada más ver la luz fueron tachados de monstruos geométricos por algunos famosos matemáticos de la época como Poincaré.
- Alentaron la búsqueda rigurosa de conceptos como infinito, curva continua o dimensión.
- Fueron recopilados por Mandelbrot a mediados del siglo XX con ánimo de fundar una nueva teoría geométrica: los fractales.



# El conjunto de Cantor

0  1 n=1.

0  1/3  2/3 1 n=2.

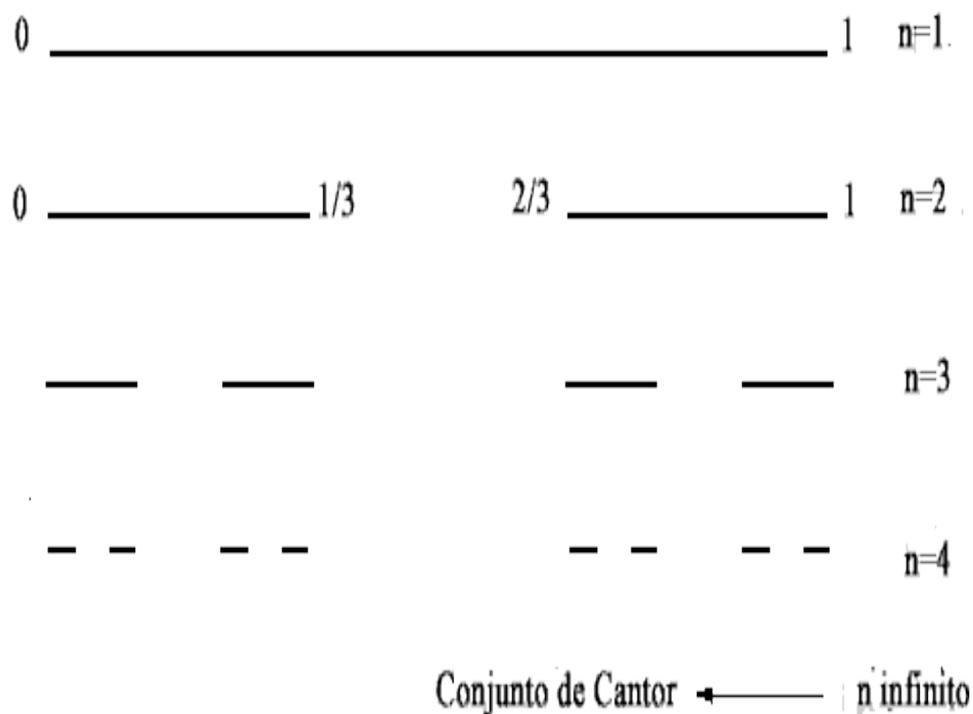
  n=3

  n=4

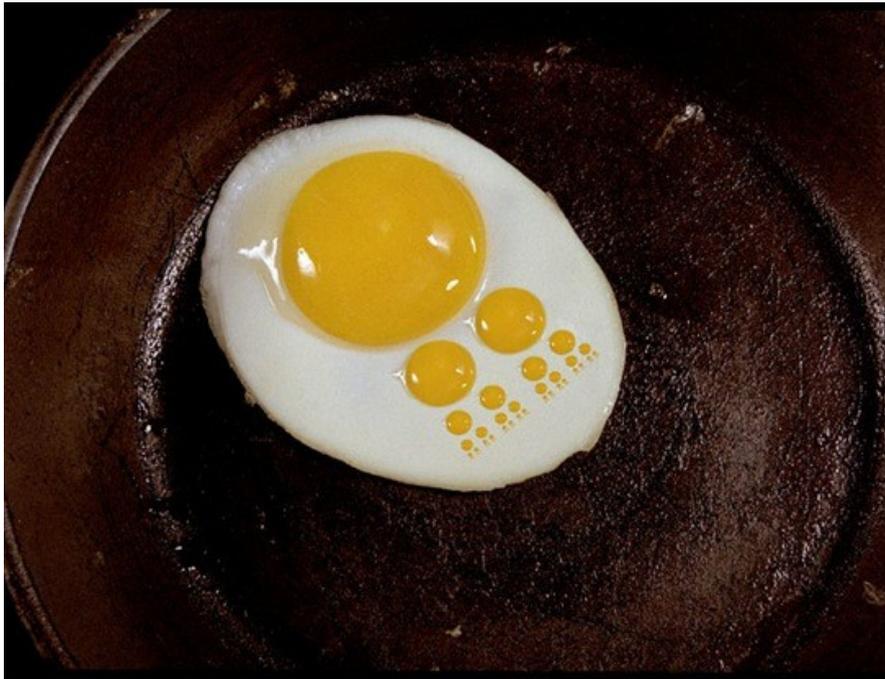
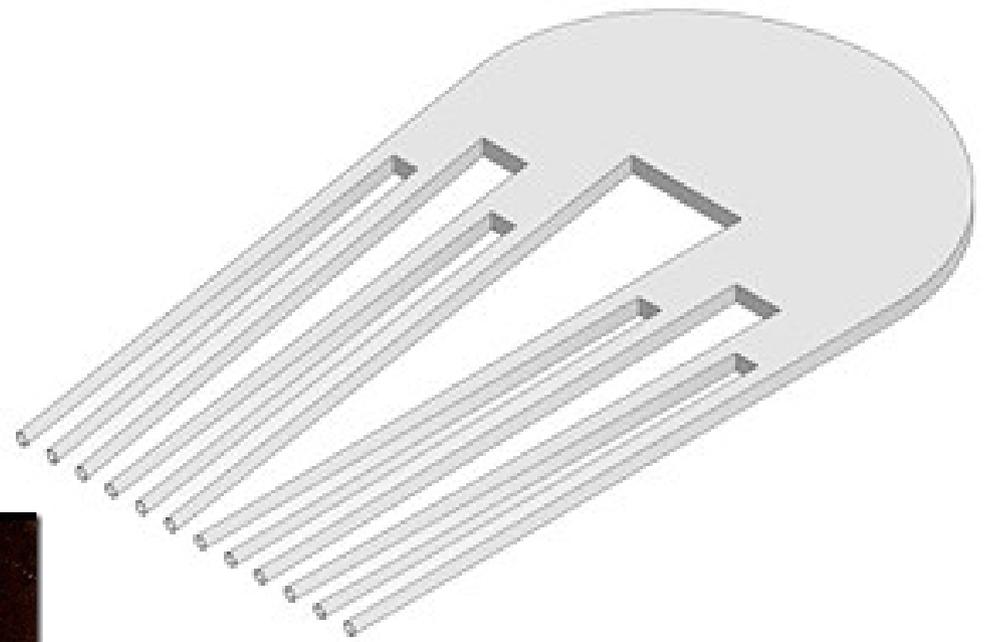
Conjunto de Cantor  n infinito

Paso	1	2	3	4	5	...	$n$
Número de segmentos	1	2	4			...	
Longitud de cada segmento	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$			...	
Longitud de la figura	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$			...	
Longitud de los segmentos eliminados	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$			...	

# El conjunto de Cantor

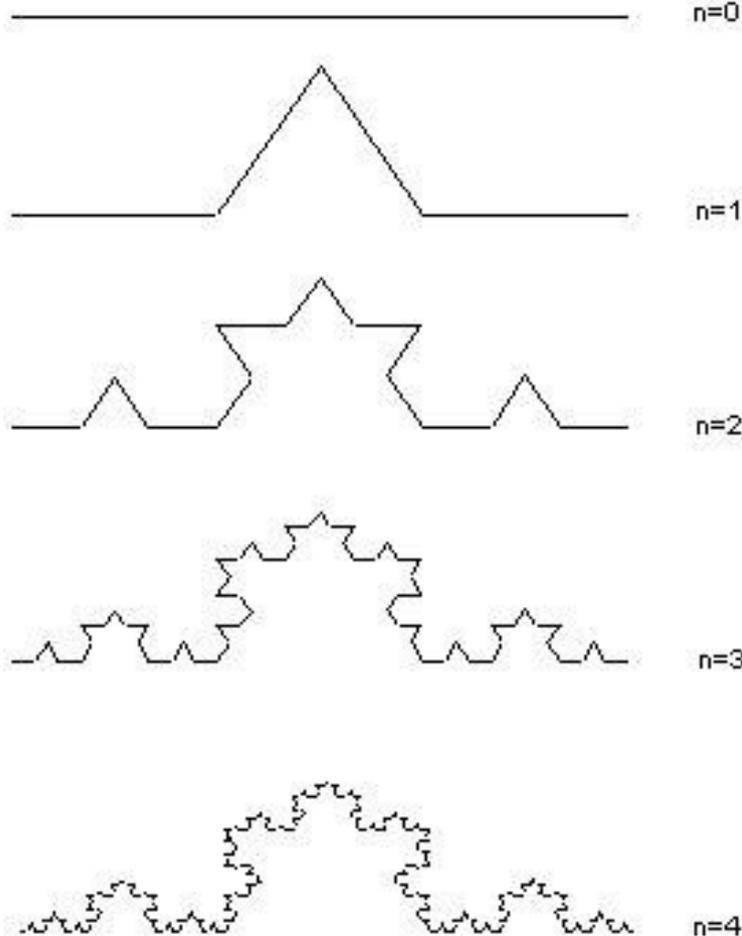


- La longitud de la suma de segmentos eliminados es 1.
- No tiene intervalos (infinitamente poroso).
- Está en biyección con el intervalo  $[0, 1]$ .
- Es la imagen por si mismo de la unión de .... semejanzas de razón .....



# Curva de Koch

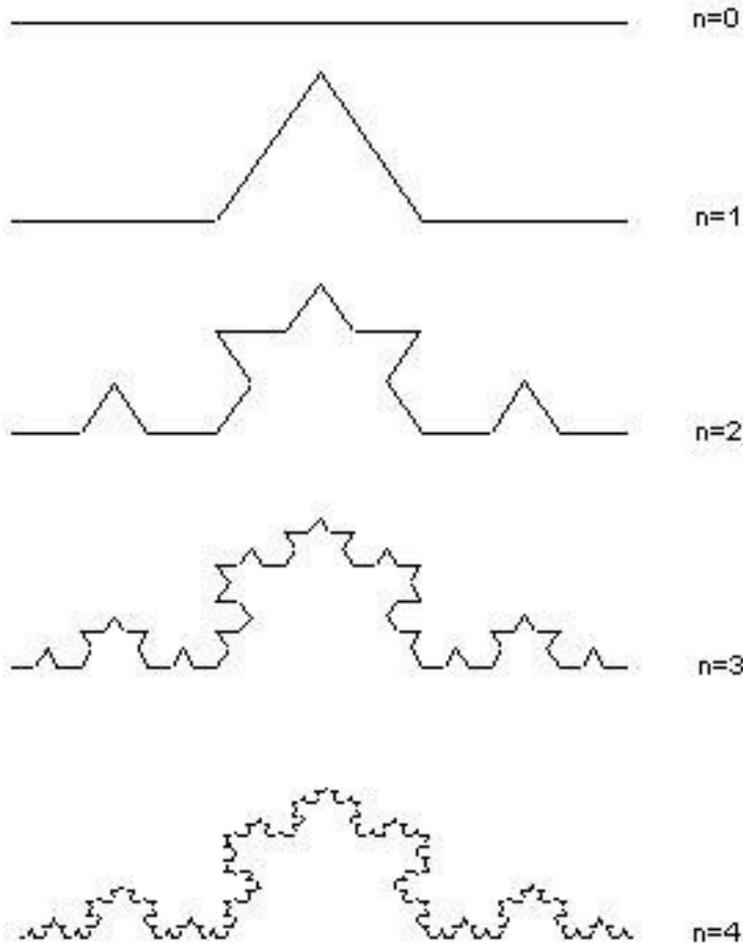
Proceso de generación de la curva de Koch



Paso	0	1	2	4	5	...	$n$
Número de segmentos	1	4	16			...	
Longitud de cada segmento	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$			...	
Longitud de la figura	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{9}$			...	

# Curva de Koch

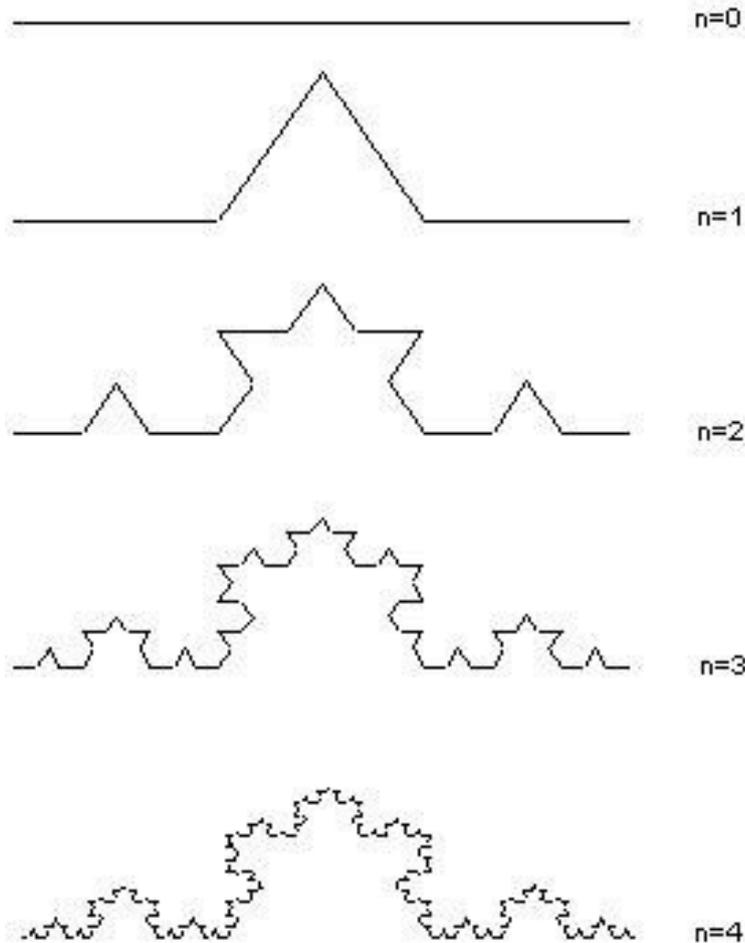
Proceso de generación de la curva de Koch



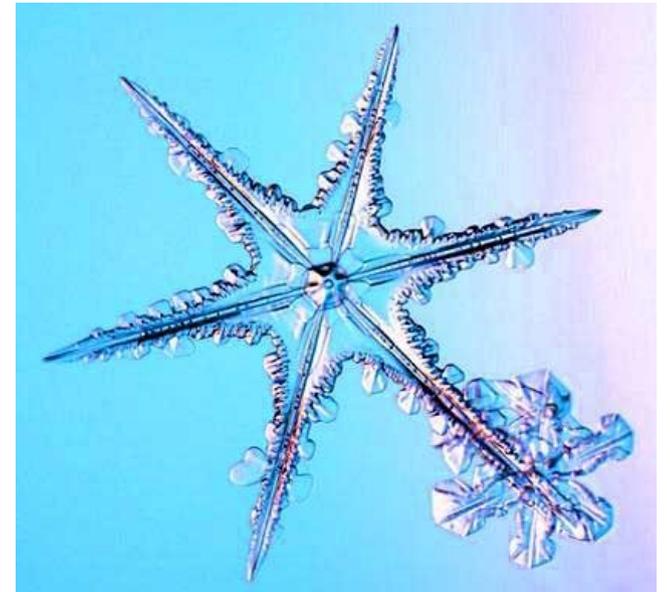
- Su longitud es..... pero su área es .....
- Es infinitamente quebrada, es decir, es una curva continua en todos sus puntos pero no derivable en ninguno.
- La curva de Koch es la imagen por si misma de la unión de ..... semejanzas de razón .....

# Curva de Koch

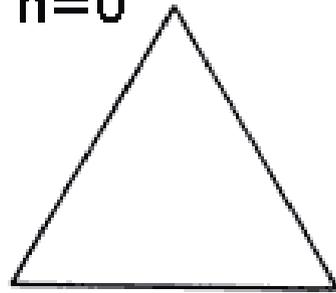
Proceso de generación de la curva de Koch



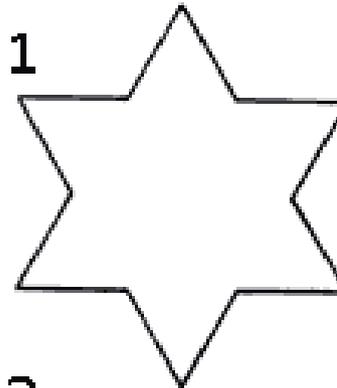
- Su longitud es infinita pero su área es finita.
- Es infinitamente quebrada, es decir, es una curva continua en todos sus puntos pero no derivable en ninguno.
- La curva de Koch es la imagen por si misma de la unión de cuatro semejanzas de razón  $1/3$ .



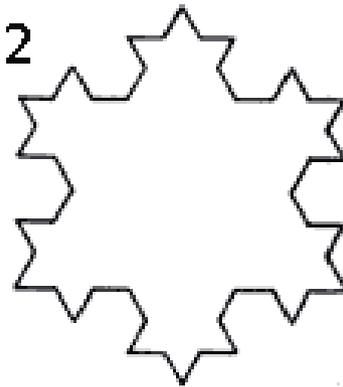
$n=0$



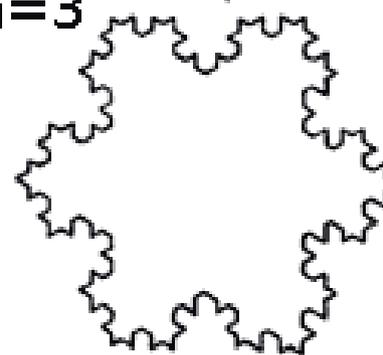
$n=1$



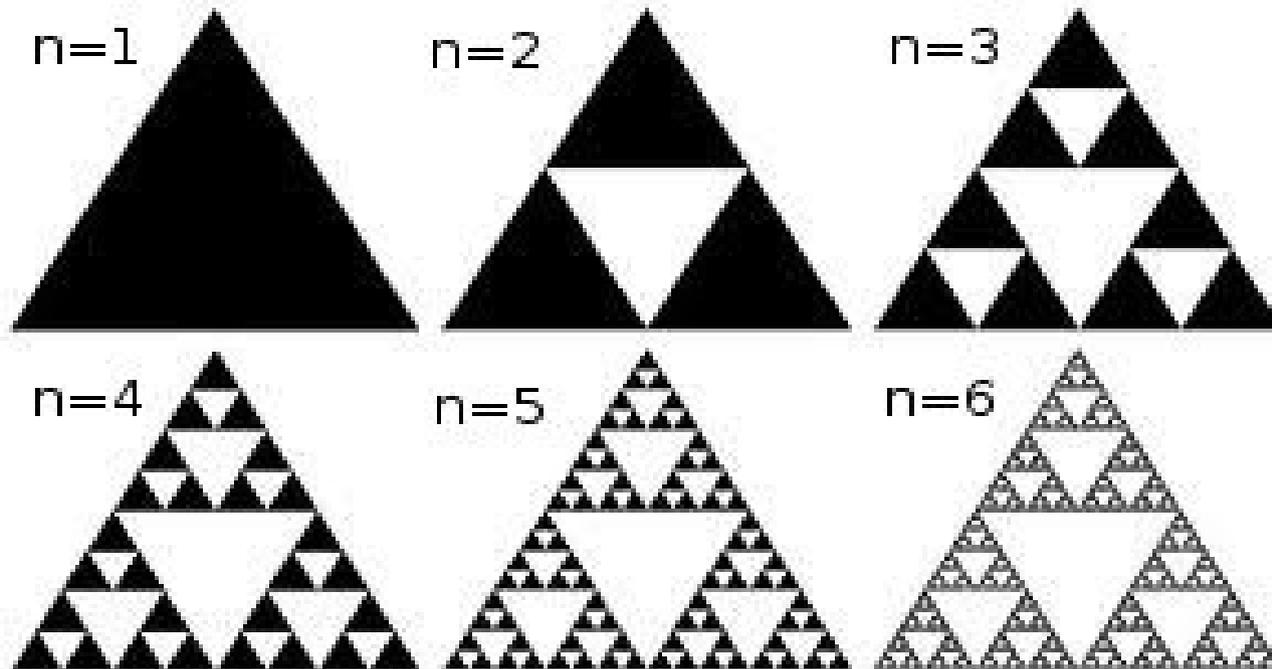
$n=2$



$n=3$



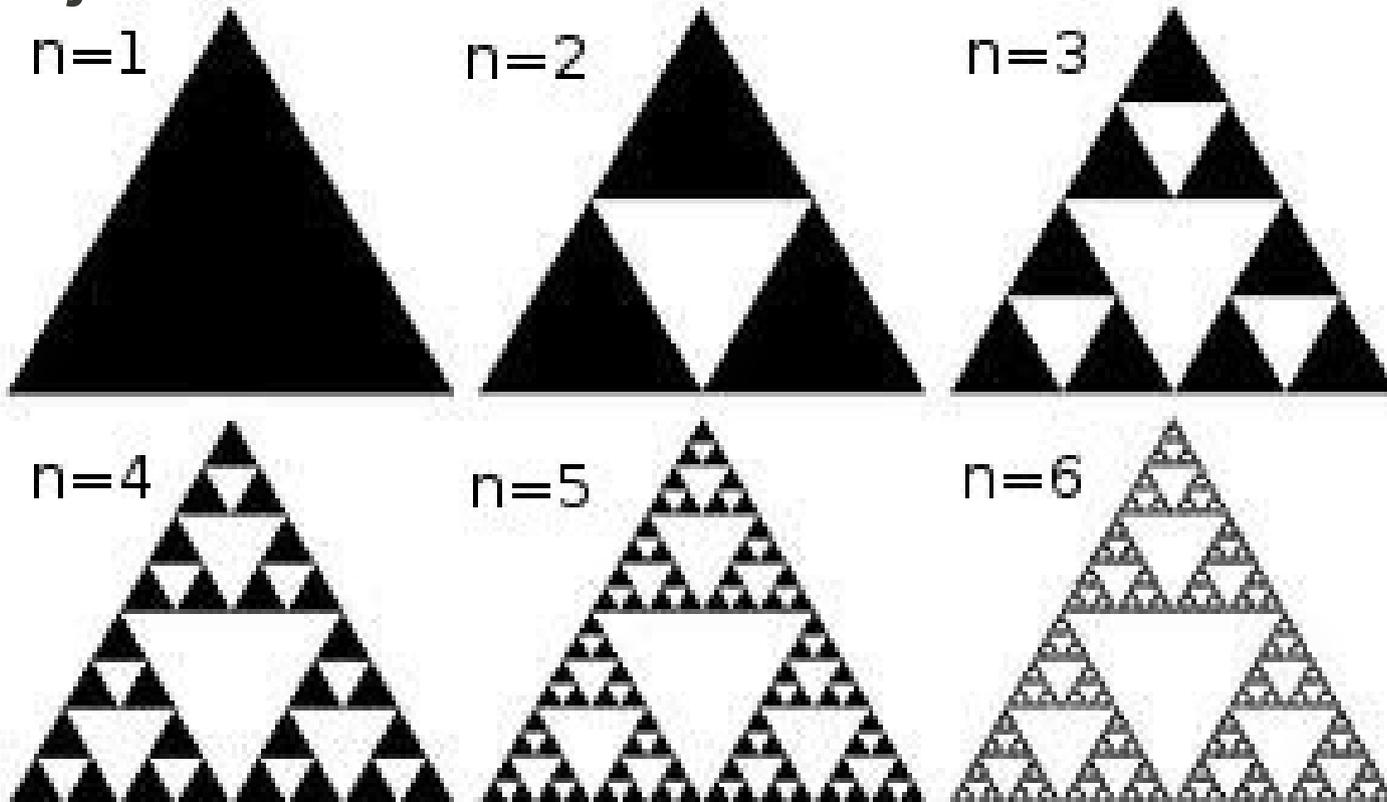
# Triángulo de Sierpinski



Paso	1	2	3	4	5	...	$n$
Número de triángulos	1	3				...	
Longitud de un lado	1	$\frac{1}{2}$				...	
Longitud de la figura	3	$9 \cdot \frac{1}{2}$				...	
Área de la figura	$A = \frac{\sqrt{3}}{4}$	$3 \cdot \frac{A}{4}$					
Número de vértices	3	$3+3=6$					

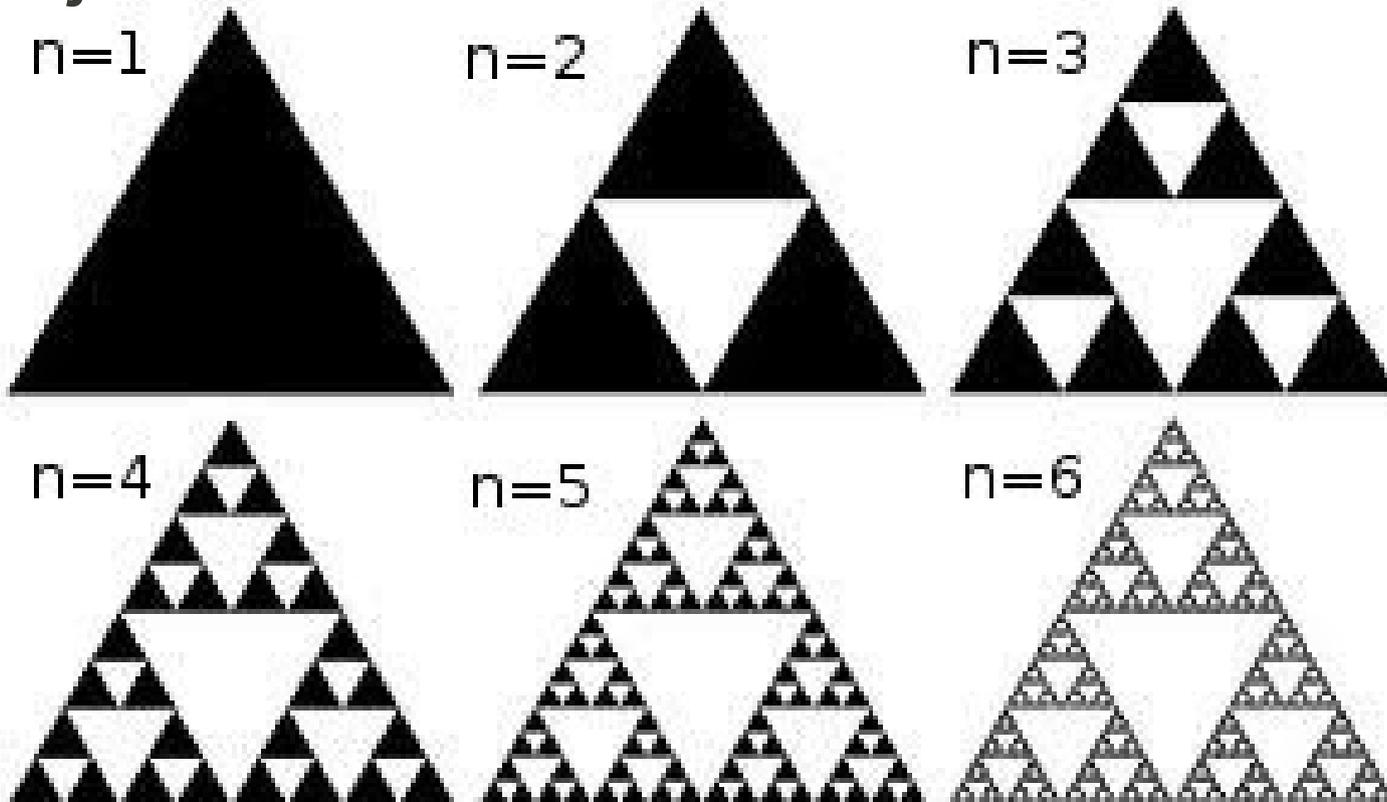
# Triángulo de Sierpinski

- Su perímetro es .... pero su área es .....
- Es la imagen por si mismo de la unión de .... semejanzas de razón .....



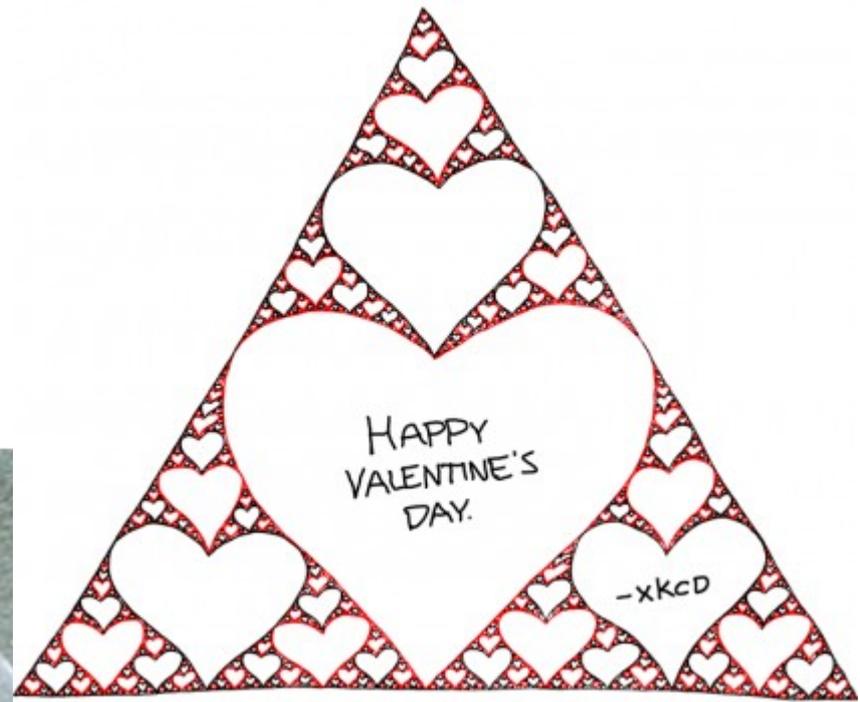
# Triángulo de Sierpinski

- Su perímetro es infinito pero su área es finita
- Es la imagen por si mismo de la unión de tres semejanzas de razón  $1/2$ .

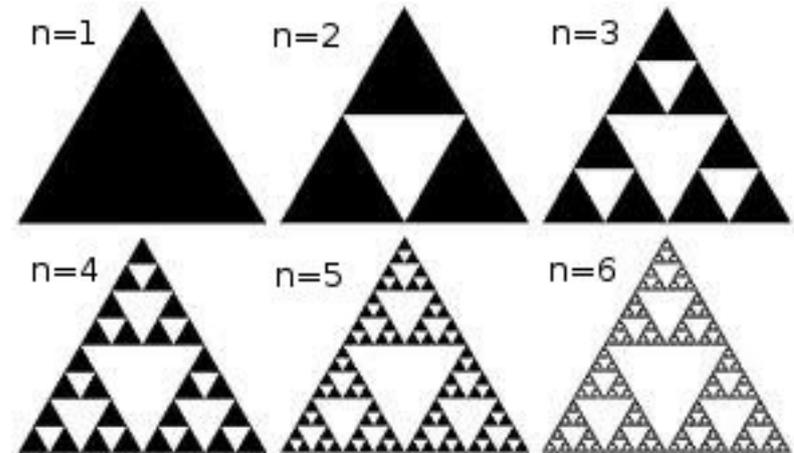
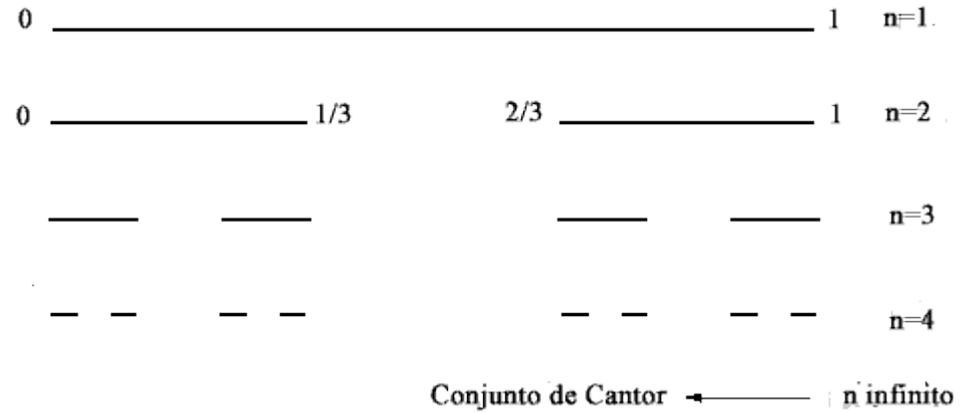
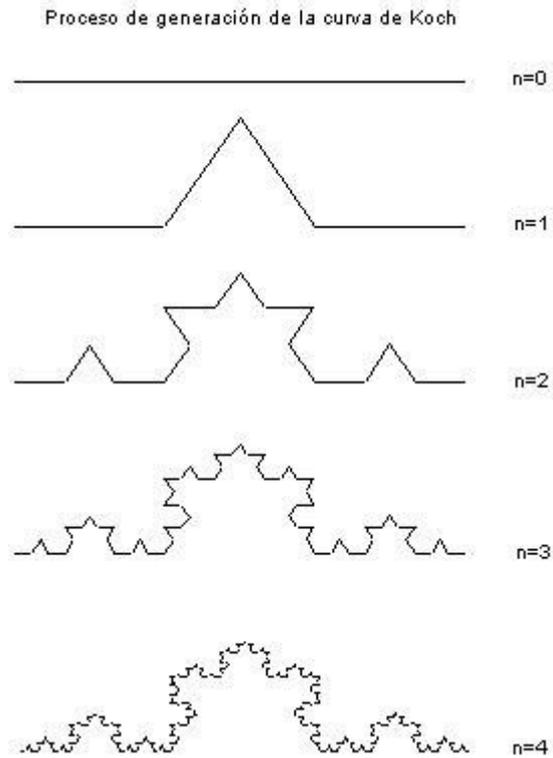




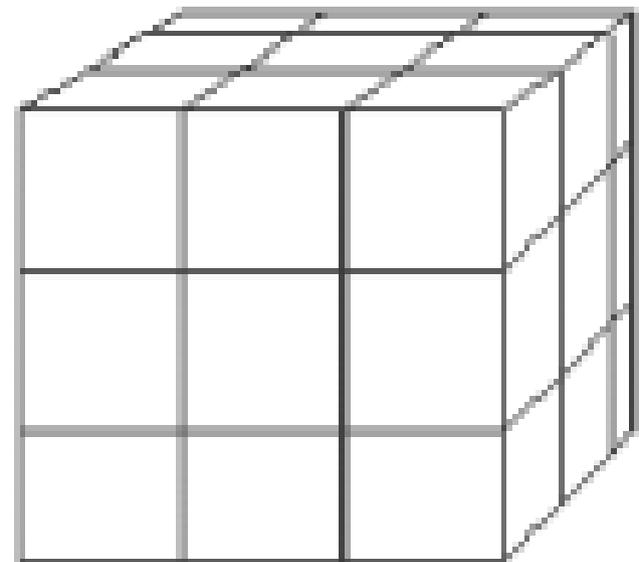
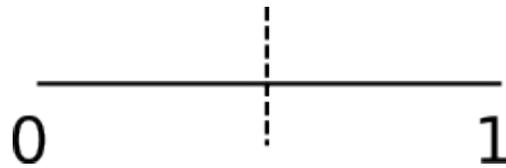




# Autosemejanza

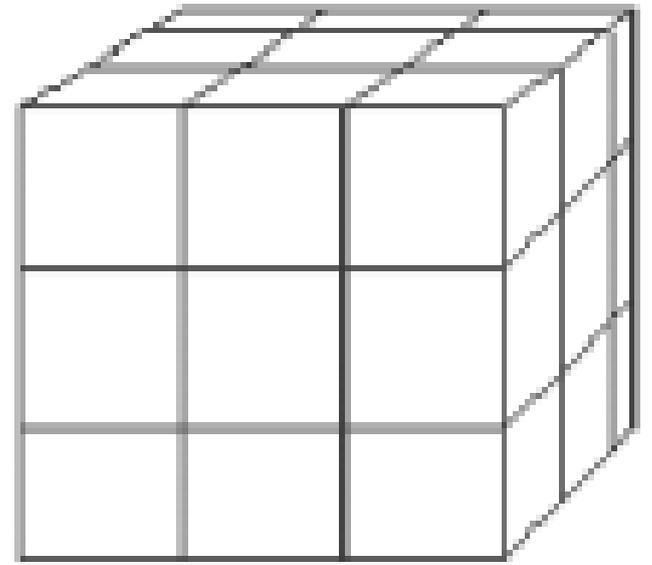
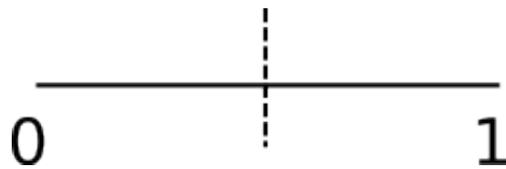


# Autosemejanza

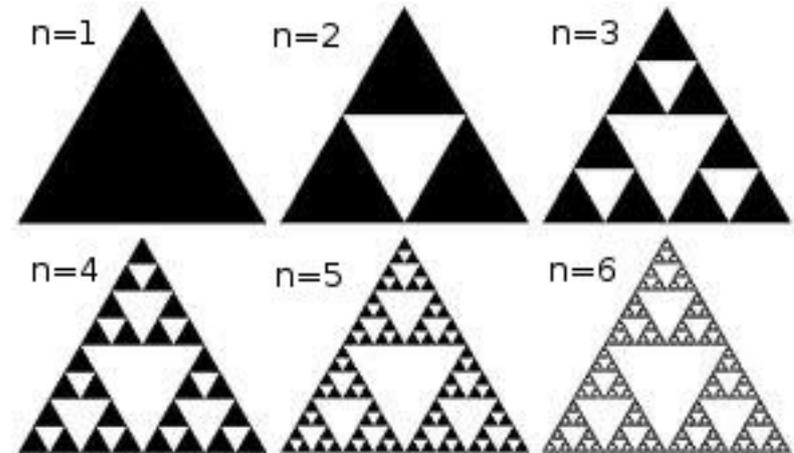
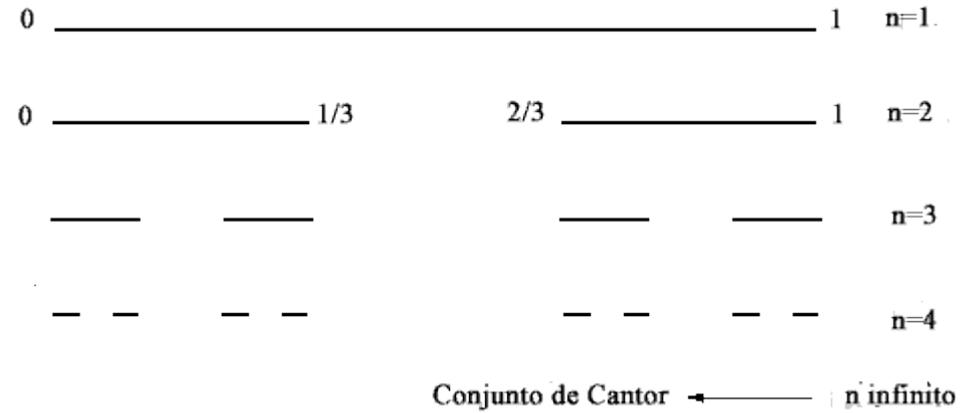
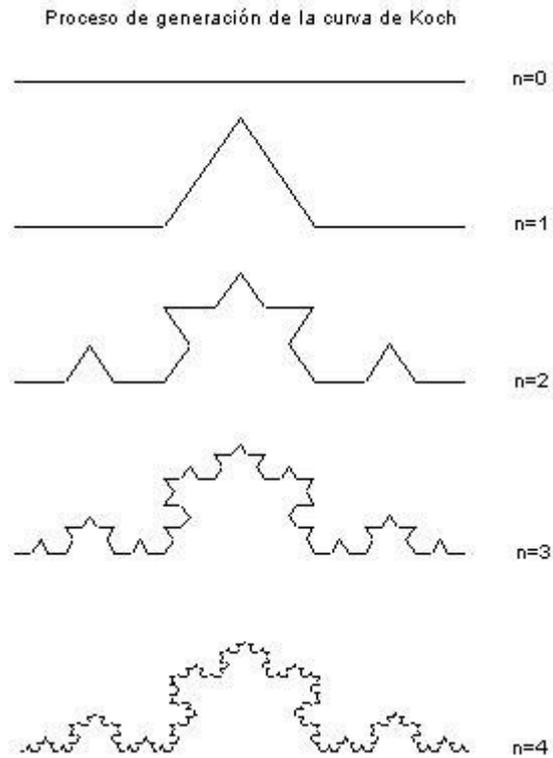


# Dimensión

Una semejanza de razón  $s$  multiplica longitudes por  $s$ , superficies por  $s^2$ , volúmenes por  $s^3$  y, en general, unidades de medida  $d$ -dimensionales por  $s^d$ .

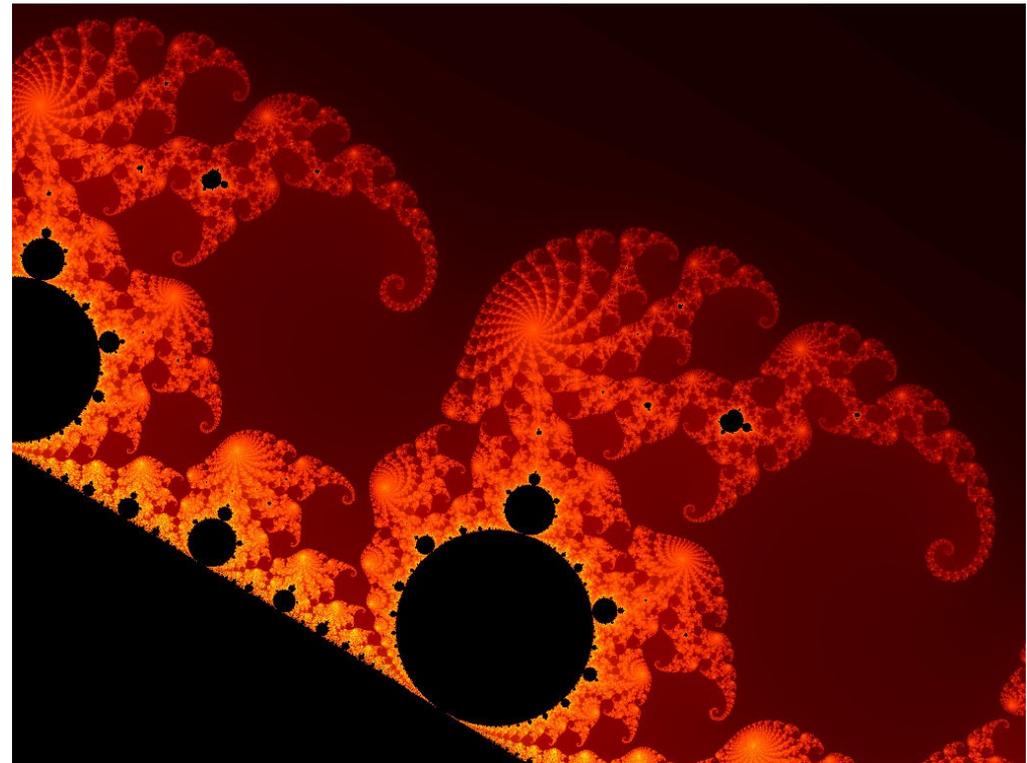
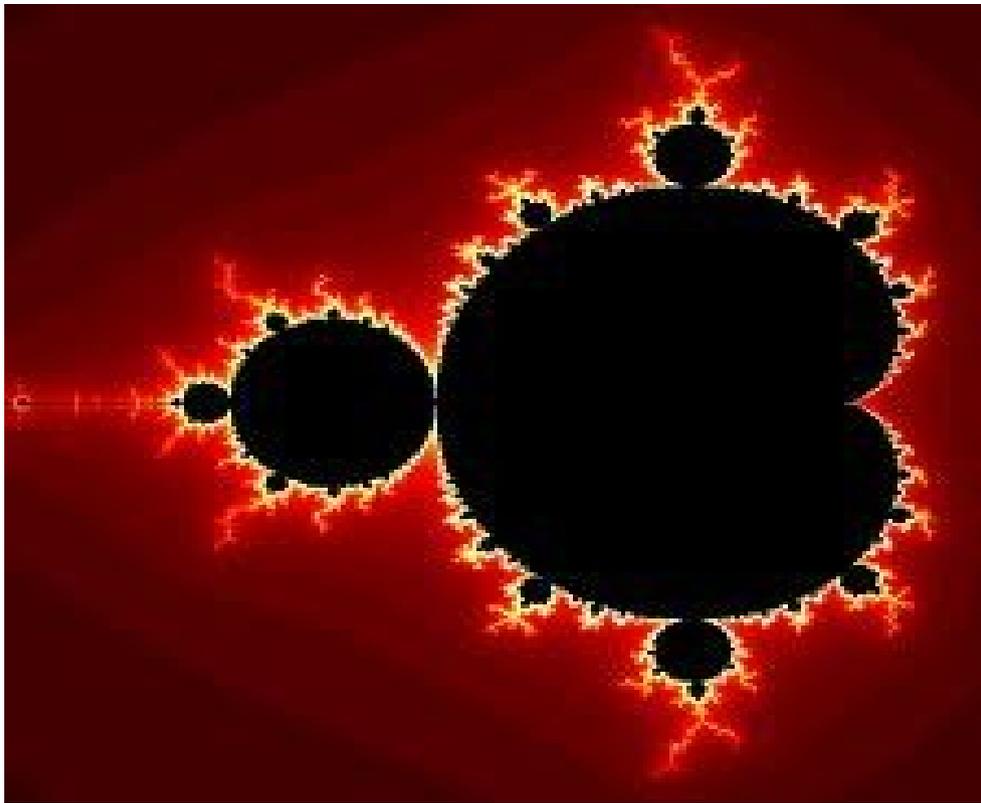


# Dimensión



# Otros fractales no autosemejantes

- Cuasiautosemejanza: conjuntos de Mandelbrot.



# Otros fractales no autosemejantes

Autosemejanza estadística.

