

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

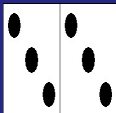
Problemas de
aplicación

Jugando con el Dominó

Taller de Talento Matemático, 4º E.S.O.

Antonio M. Oller
José María Muñoz

20 de octubre de 2006



Historia y Curiosidades

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

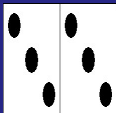
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Nació en China hace más de 3000 años.



Historia y Curiosidades

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

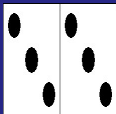
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Nació en China hace más de 3000 años.
- Pasa a Egipto y los árabes añaden las fichas blancas.



Historia y Curiosidades

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

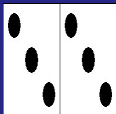
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Nació en China hace más de 3000 años.
- Pasa a Egipto y los árabes añaden las fichas blancas.
- Hasta el siglo XVIII no consta que se jugara en Europa.



Historia y Curiosidades

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

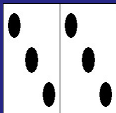
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Nació en China hace más de 3000 años.
- Pasa a Egipto y los árabes añaden las fichas blancas.
- Hasta el siglo XVIII no consta que se jugara en Europa.
- Actualmente existen campeonatos de España, Europa y del Mundo (este año es el 30 de diciembre).



Historia y Curiosidades

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

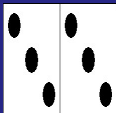
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Nació en China hace más de 3000 años.
- Pasa a Egipto y los árabes añaden las fichas blancas.
- Hasta el siglo XVIII no consta que se jugara en Europa.
- Actualmente existen campeonatos de España, Europa y del Mundo (este año es el 30 de diciembre).
- En su origen estaba relacionado con los dados ... ¿a alguien se le ocurre cómo?



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

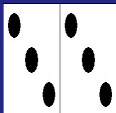
Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Si tenemos unas cuantas fichas de dominó, diremos que hemos hecho una partida perfecta cuando:

- 1 Usemos todas las fichas.
- 2 Empecemos y terminemos con la misma cifra.



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

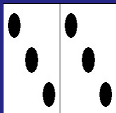
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Con todas las fichas menos las dobles, ¿puedes hacer una partida perfecta?



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

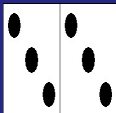
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Con todas las fichas menos las dobles, ¿puedes hacer una partida perfecta?
- ¿Con qué cifra has comenzado y terminado? ¿Crees que puedes hacerlo con otra?



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

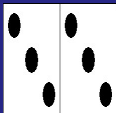
Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Si tenemos unas cuantas fichas de dominó, diremos que hemos hecho una partida semiperfecta cuando:

- 1 Usemos todas las fichas.
- 2 Empecemos y terminemos con cifras distintas.



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

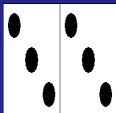
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Con todas las fichas menos las dobles, ¿puedes hacer una partida semiperfecta?



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

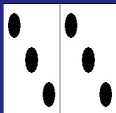
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Con todas las fichas menos las dobles, ¿puedes hacer una partida semiperfecta?
- Quita una ficha cualquiera y vuelve a intentarlo. ¿Con qué cifras has comenzado y terminado?



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

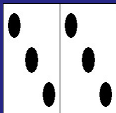
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Con todas las fichas menos las dobles, ¿puedes hacer una partida semiperfecta?
- Quita una ficha cualquiera y vuelve a intentarlo. ¿Con qué cifras has comenzado y terminado?
- Quita ahora otra más y trata de nuevo de hacer una partida semiperfecta. ¿Crees que es importante la segunda ficha que has quitado?



Partidas perfectas y semiperfectas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

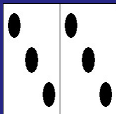
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Con todas las fichas menos las dobles, ¿puedes hacer una partida semiperfecta?
- Quita una ficha cualquiera y vuelve a intentarlo. ¿Con qué cifras has comenzado y terminado?
- Quita ahora otra más y trata de nuevo de hacer una partida semiperfecta. ¿Crees que es importante la segunda ficha que has quitado?
- Si además de las fichas dobles, ahora quitamos las blancas. ¿Puedes hacer una partida perfecta? ¿Y semiperfecta?



Generalizando

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Ahora vamos a intentar descubrir el porqué de todo lo que hemos visto hasta ahora.



Generalizando

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Elige varios conjuntos de más de seis fichas que te permitan hacer con ellos partidas perfectas. ¿Tienen algo en común?



Generalizando

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Elige varios conjuntos de más de seis fichas que te permitan hacer con ellos partidas perfectas. ¿Tienen algo en común?
- Elige varios conjuntos de más de seis fichas que te permitan hacer con ellos partidas semiperfectas. ¿Tienen algo en común?



Generalizando

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Elige varios conjuntos de más de seis fichas que te permitan hacer con ellos partidas perfectas. ¿Tienen algo en común?
- Elige varios conjuntos de más de seis fichas que te permitan hacer con ellos partidas semiperfectas. ¿Tienen algo en común?
- ¿Te atreves a hacer alguna conjetura sobre qué tiene que cumplir un conjunto cualquiera de fichas de dominó (sin fichas dobles) para que puedas jugar una partida perfecta? ¿Y para que puedas hacer una partida semiperfecta?



Algunas respuestas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Para hacer partidas perfectas debe cumplirse que:
 - 1 Todas las cifras aparezcan un número par de veces.
 - 2 Para cada dos cifras que aparezcan tengamos siempre una cadena de fichas del conjunto que las “conecte”.



Algunas respuestas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

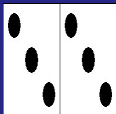
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Para hacer partidas perfectas debe cumplirse que:
 - 1 Todas las cifras aparezcan un número par de veces.
 - 2 Para cada dos cifras que aparezcan tengamos siempre una cadena de fichas del conjunto que las “conecte”.
- Para hacer partidas semiperfectas debe cumplirse que:
 - 1 Todas las cifras, excepto dos, aparezcan un número par de veces.
 - 2 Para cada dos cifras que aparezcan tengamos siempre una cadena de fichas del conjunto que las “conecte”.



¿Qué es un grafo?

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

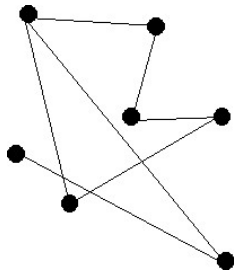
Partidas
perfectas y
semiperfectas

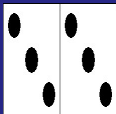
Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Hay varias maneras de definir lo que es un grafo en matemáticas. Pero una imagen vale más que mil palabras (dicen):





¿Qué es un grafo?

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

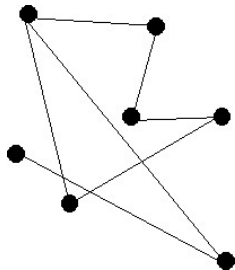
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

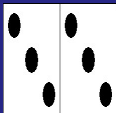
Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Hay varias maneras de definir lo que es un grafo en matemáticas. Pero una imagen vale más que mil palabras (dicen):



Un grafo se llama conexo si siempre tienes un camino que te lleva de un vértice a otro.



De dominó a grafo

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

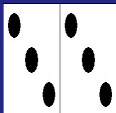
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- 1 Coge unas cuantas fichas de dominó, al menos 6.



De dominó a grafo

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

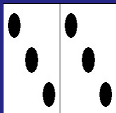
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- 1 Coge unas cuantas fichas de dominó, al menos 6.
- 2 Dibuja un punto por cada cifra distinta que aparece en las fichas elegidas.



De dominó a grafo

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

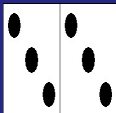
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- 1 Coge unas cuantas fichas de dominó, al menos 6.
- 2 Dibuja un punto por cada cifra distinta que aparece en las fichas elegidas.
- 3 Para cada ficha, dibuja la línea que una los puntos correspondientes a las cifras que aparecen en la ficha.



De grafo a dominó

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

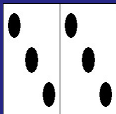
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

¿Podrás hacer el proceso contrario al que acabamos de describir? ¿Para cualquier grafo hay un conjunto de fichas de dominó que lo representa? ¿Qué habría que pedirle al grafo?



Algunas respuestas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

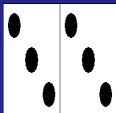
Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Al grafo hay que pedirle que:

- Tenga como mucho 7 vértices.
- No tenga vértices aislados.
- Dos vértices no pueden estar unidos por más de una arista.



Haciendo un diccionario dominó-grafo

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

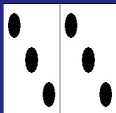
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

**Grafos y
Dominó**

Problemas de
aplicación

- Imagina que has dibujado un grafo y que has cogido las fichas de dominó correspondientes. Te pones a jugar y consigues una partida perfecta. ¿En qué se traduce esto en tu grafo?



Haciendo un diccionario dominó-grafo

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

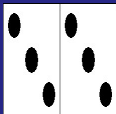
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Imagina que has dibujado un grafo y que has cogido las fichas de dominó correspondientes. Te pones a jugar y consigues una partida perfecta. ¿En qué se traduce esto en tu grafo?
- Imagina que has dibujado un grafo y que has cogido las fichas de dominó correspondientes. Te pones a jugar y consigues una partida semiperfecta. ¿En qué se traduce esto en tu grafo?



Haciendo un diccionario dominó-grafo

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

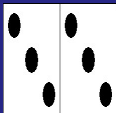
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Imagina que has dibujado un grafo y que has cogido las fichas de dominó correspondientes. Te pones a jugar y consigues una partida perfecta. ¿En qué se traduce esto en tu grafo?
- Imagina que has dibujado un grafo y que has cogido las fichas de dominó correspondientes. Te pones a jugar y consigues una partida semiperfecta. ¿En qué se traduce esto en tu grafo?
- Recuerda las condiciones que debía cumplir un conjunto de fichas de dominó para poder hacer partidas perfectas y semiperfectas. Tradúcelas al lenguaje de grafos.



Haciendo un diccionario dominó-grafo

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

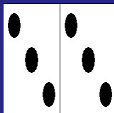
Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

- Imagina que has dibujado un grafo y que has cogido las fichas de dominó correspondientes. Te pones a jugar y consigues una partida perfecta. ¿En qué se traduce esto en tu grafo?
- Imagina que has dibujado un grafo y que has cogido las fichas de dominó correspondientes. Te pones a jugar y consigues una partida semiperfecta. ¿En qué se traduce esto en tu grafo?
- Recuerda las condiciones que debía cumplir un conjunto de fichas de dominó para poder hacer partidas perfectas y semiperfectas. Tradúcelas al lenguaje de grafos.
- Formula un resultado sobre grafos empleando todo lo anterior.



Algunas respuestas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Un grafo que se obtiene a partir de una colección de fichas de dominó puede recorrerse completamente empezando y terminando en el mismo vértice y pasando una única vez por cada arista, siempre que:

- Sea conexo.
- De cada vértice salga un número par de aristas.



Algunas respuestas

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

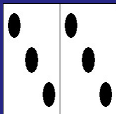
Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación

Un grafo que se obtiene a partir de una colección de fichas de dominó puede recorrerse completamente empezando en un vértice y terminando en otro distinto, pasando una única vez por cada arista, siempre que:

- Sea conexo.
- De cada vértice salvo dos (el inicial y el final) salga un número par de aristas.



Asfaltando carreteras

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

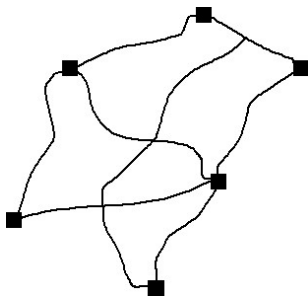
Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

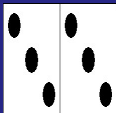
Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación



En este mapa de carreteras las ciudades aparecen marcadas con cuadrados negros. El gobierno va a asfaltar dichas carreteras y tú eres el encargado. El peso de la maquinaria hace que el suelo se estropee, así que lo que una vez asfaltado un tramo ya no puedes volver a pasar por allí. ¿Qué harías?



Atravesando paredes

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación



¿Podrías dibujar una curva cerrada que atravesase una única vez
cada uno de los segmentos que forman la figura?

Los puentes de Königsberg

Jugando con
el Dominó

Antonio M.
Oller
José María
Muñoz

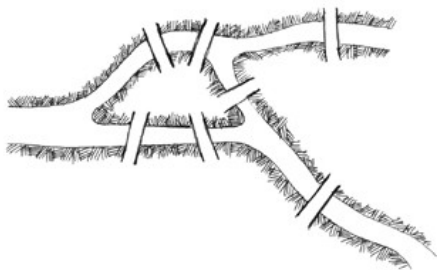
Historia y
curiosidades

Partidas
perfectas y
semiperfectas

Generalicemos

Grafos y
Dominó

Problemas de
aplicación



Esto es parte de un mapa de la ciudad de Königsberg. ¿Podrías recorrer un camino que atravesase los siete puentes empezando y acabando desde el mismo punto? ¿Y desde puntos distintos?