VARIA GEOMÉTRICA

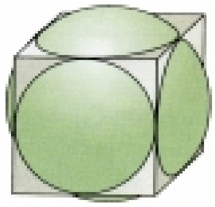
(alumnos de 1º de bachillerato)

En la próxima sesión del 18 de mayo se explicarán varios métodos de resolución de problemas geométricos, para lo que se utilizarán los siguientes problemas. Sería interesante, si tienes tiempo y ganas, que en estas dos semanas intentaras resolverlos (algunos son bastante más fáciles de lo que pueden parecer en una primera lectura).

1. Dentro de una circunferencia de radio R se encuentran otras tres circunferencias de radios R/2 y r, siendo todas ellas tangentes entre sí y r el mayor valor posible. Halla r en función de R.
2. La altura de un edificio AB es de 40 m. Halla la altura de otro edificio CD sabiendo que las visuales BC y AD se cortan en un punto F a 24 m del suelo.
3. (a) Inscribe en un cuadrado dado un triángulo equilátero con un vértice común.

   (b) Construye con regla y compás dicho triángulo.
4. Construye con regla y compás el triángulo ABC conociendo un lado C, el ángulo adyacente B=α y la suma de los otros dos lados: a+b.
5. Un triángulo equilátero es isoperímetro de un hexágono regular. Si la superficie del triángulo es 1994 cm^2, ¿cuál es la del hexágono?
6. Halla el área de un octógono inscrito en una circunferencia y que tiene cuatro lados consecutivos de 3 cm y los restantes cuatro lados de 2 cm.
7. Demuestra que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.
8. (a) Demuestra que el baricentro del triángulo ABC viene determinado por el punto G tal que GO=1/3(a+b), siendo a=CA y b=CB.

   (c) Demuestra que CG=2 GM.
9. Sea ABC un triángulo cualquiera. Exteriormente a él se construyen dos cuadrados BAEP y ACRD de lados AB y AC respectivamente. Sean M y N, respectivamente, los puntos medios de BC y ED. Demuestra que AM es perpendicular a ED y que AN es perpendicular a BC.
10. La esfera de la figura adjunta es tangente simultáneamente a las doce aristas de un cubo de lado 4 cm. ¿Cuál es su radio?



11. Calcula el ángulo diedro de un tetraedro regular.
12. Sobre una mesa se encuentra una semiesfera de radio 1 con su parte plana hacia abajo. En forma circular, rodeando la semiesfera, se colocan 6 esferas de radio r, de tal forma que cada una es tangente a la semiesfera, a la mesa y a las dos esferas adyacentes. Calcula r.
13. Sobre el segmento [AB] se considera el punto M variable. Se construyen los triángulos equiláteros AMC, MBD con bases AM y MB, y se considera M' punto medio de CD.

    (a) Determina el lugar geométrico de M' al variar M de A a B.

    (b) Demuestra la afirmación anterior.

    (Nota: En estos problemas conviene tomar unos puntos característicos de M para ver qué ocurre, por ejemplo, se puede dividir AB en 4 u 8 partes iguales).
14. El triángulo ABC es rectángulo en A, y P es un punto variable de la hipotenusa que se proyecta ortogonalmente en I, J sobre los dos lados del ángulo recto. Obtén la posición de P que hace mínima la distancia de IJ.