

# Algoritmos

Vicente Trigo Aranda  
[www.vicentetrigo.com](http://www.vicentetrigo.com)

## 1.- ¿De dónde procede la palabra algoritmo?

Mientras que en Europa, durante la Edad Media, la ciencia brilló por su ausencia (las necesidades de cálculo eran, casi siempre, muy elementales<sup>1</sup>), en el mundo árabe las matemáticas avanzaban notablemente.

En el siglo VIII, habían entrado en contacto con los avances hindúes en materia de cálculo y, enseguida, comprendieron la gran importancia que tenía la utilización de las nuevas cifras, cuyo valor depende de su posición. Así, apenas medio siglo después, ya surgió el primer libro que divulgaba los nuevos métodos de cálculo; se trató de “*Kitab al-Jam'a wal-Tafreeq bil Hisab al-Hindi*” del matemático y geógrafo Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi<sup>2</sup>.

No se conserva el original árabe de esta obra, pero sí una traducción al latín realizada alrededor de 1120, bajo el título “*Liber algorismi de numero indorum*”<sup>3</sup>, donde se explica el sistema de numeración hindú y los métodos para realizar cálculos con él. Del nombre de esa obra, deriva el término “algoritmo”, que tanto aparecerá a continuación.

Un inciso.

Fue en España, punto de encuentro entre la cultura latina y árabe, donde comenzaron a difundirse estas novedades; así, en el manuscrito *Codex vigilanus* del año 976 se encuentra el primer registro escrito occidental de las nuevas cifras. El espaldarazo final lo dio Fibonacci, en Italia, con su célebre “*Liber abaci*” (1202), donde dio a conocer en toda Europa las nuevas cifras y las operaciones a realizar con ellas.

- ¿Por qué crees que Fibonacci puso ese nombre a su libro?
- ¿A partir de qué invento se popularizaron las nuevas cifras?
- ¿Por qué crees que la Iglesia se opuso al empleo de las cifras arábigas, bajo la coartada de su procedencia infiel; por ejemplo, en 1299 se prohibió usarlas a los comerciantes de Florencia?

---

<sup>1</sup> “Se cuenta que un rico mercader de la Edad Media, lo suficientemente enriquecido como para poder dar a su hijo una instrucción comercial, fue a consultar a un eminente especialista para saber a qué institución tenía que enviar al joven. La respuesta que recibió seguramente te asombrará: «Si se conforma usted con que su hijo aprenda a suma y a restar, cualquier universidad alemana o francesa le servirá. Pero en cambio, si quiere usted que llegue a multiplicar y dividir (si es capaz), entonces tendrá que enviarle a las escuelas italianas».”

“*Las cifras*” de Georges Ifrah.

<sup>2</sup> Se sabe muy poco de la vida de este genial científico. Se cree que nació, cerca de Bagdad, el año 780 y murió alrededor del año 850.

Entre sus otras obras destaca “*Hisab al-jabr w'al-muqabala*”, donde explica cómo resolver ecuaciones lineales y cuadráticas, si bien todos los procesos se desarrollan de forma literal, sin introducción de simbología alguna. De la segunda palabra del título de su libro, procede el término actual “álgebra”.

<sup>3</sup> El manuscrito descubierto en el siglo XIX comenzaba así: “Dixit Algoritmi: laudes deo rectori nostro atque defensori dicamus dignas” (Decía Algoritmi: dediquemos grandes alanzas a Dios, nuestro guía y defensor)

## 2.- ¿Qué es un algoritmo?

Un algoritmo es la secuencia de pasos que debemos seguir para resolver un problema; es decir, debe detallar tanto las operaciones a realizar como el orden en que tienen lugar. El ejemplo más cotidiano de algoritmo es cualquier receta de cocina.

Las dos características básicas de cualquier algoritmo son:

- Precisión: No debe haber la menor ambigüedad, ni en las operaciones a realizar ni en su orden.
- Finitud: Evidentemente, para que el algoritmo tenga alguna utilidad, debe acabar en un número finito de pasos.

No obstante, existen algoritmos que son válidos en teoría, pero no en la práctica<sup>4</sup>. Por ejemplo, hallar los divisores primos de un número probando con los inferiores a él es práctico cuando se trabaja con números pequeños, pero no cuando éstos constan de centenares de cifras. Un ordenador actual podría necesitar miles de millones de años en encontrar sus divisores primos (en este hecho se basa el cifrado actual de los modernos sistemas informáticos).

## 3.- Algoritmo de Euclides

En la sesión anterior, ya te explicaron diversos algoritmos, basados en congruencias: cálculo de la letra del NIF, ISBN.

Hoy veremos otros algoritmos, que resultan ciertamente interesantes. Comencemos con uno que es posible que conozcas, el algoritmo de Euclides<sup>5</sup>. Adaptado al lenguaje actual, viene a decir que puedes obtener el máximo común divisor de dos números,  $a$  y  $b$ , en la siguiente forma:

1. Calcula  $r$ , el resto de la división entre  $a$  y  $b$
2. Si  $r = 0$  el mcd ( $a$ ,  $b$ ) es  $b$ . En caso contrario, haz  $a = b$  y  $b = r$  y vuelve al paso 1

Por ejemplo, para hallar mcd (29785, 1036) realizarás las siguientes divisiones:

29785 entre 1036, cuyo resto es 777  
1036 entre 777, cuyo resto es 259  
777 entre 259, cuyo resto es 0

Por tanto, mcd (29785,1036) = 259.

- a) Para ejercitarte con este algoritmo, averigua mcd (256, 48) y mcd (1230, 450)
- b) ¿Qué ventajas y desventajas tiene este algoritmo con respecto al método de descomposición en factores primos?

---

<sup>4</sup> También hay problemas que no son resolubles mediante algoritmos. Reciben el nombre de problemas indecibles y lo cierto es que son bastante complejos. Por ejemplo, en la siguiente dirección encontrarás uno, aunque no creo que te enteres demasiado, la verdad.

<http://www3.uji.es/~martine/DOC/E45/apuntes/node38.html>

<sup>5</sup> Su primera versión tiene unos 2.300 años y se debe a Euclides, que lo incluyó en sus Elementos.

#### 4.- Juego del Quitpal

Muchos juegos admiten un algoritmo ganador, de modo que si lo conoces puedes ser invencible. Por ejemplo, veamos el Quitpal, uno de los más sencillos.

Participan dos personas y hay 15 fichas. Alternativamente, cada persona coge 1, 2 o 3 fichas, perdiendo quien coge la última ficha.

- ¿Cuál es el algoritmo ganador para el Quitpal?
- Generalicemos el Quitpal. Tu rival decide cuántas fichas hay inicialmente y cuántas se pueden coger, como máximo, en cada turno. ¿Qué deberás hacer tú para ganar siempre?

#### 5.- Algoritmo de la multiplicación rusa

El siguiente algoritmo, cuyo nombre hace alusión a su amplia utilización en Rusia (hasta hace un siglo, más o menos), permite calcular el producto de dos números enteros.

Escribe los dos números que vayas a multiplicar, uno al lado del otro. De uno vas calculando su doble y del otro su mitad entera, que irás escribiendo debajo. Finaliza el proceso cuando alcances el 1 al dividir. Por ejemplo, supongamos que nos interesa multiplicar 48 por 27:

48	27
96	13
192	6
384	3
768	1

Ahora, para hallar el producto sólo tienes que sumar los números de la columna izquierda cuyo número de la derecha sea impar. Así, sumando 48, 96, 384 y 768 se obtiene 1296 (= 48 x 27)

- Para ejercitarte con este algoritmo, realiza dos o tres multiplicaciones.
- ¿Qué ventajas y desventajas tiene este algoritmo con respecto al algoritmo tradicional, que aprendiste en el colegio?

#### 6.- Base 2

Habitualmente utilizamos la base 10, pero en matemáticas también aparece la base 60 (tiempo y ángulos) y, sobre todo en informática, la base 2 (un bit es un dígito binario, 0 o 1).

- Expresa en base 2 los siguientes números: 8 y 27. ¿Cuánto es, en binario,  $1 + 1$ ?
- ¿Qué números (en base 10) son equivalentes a 101, 10100?
- ¿Cuál es el mayor número, en decimal, que se puede expresar con 8 bits (un byte)?
- ¿Cómo se multiplica, en binario, un número por 2?
- ¿Cómo se halla, en binario, el cociente de dividir por 2?

¿Verdad que ya tienes claro qué algoritmo utilizan los ordenadores para multiplicar dos números enteros?

## 7.- Juego del Nim

En este juego también se utilizan fichas, si bien las reglas son algo diferentes de las vistas en el juego anterior.

Hay varios montones de fichas, pudiendo haber un número cualquiera de fichas en cada montón. Participan dos personas y, alternativamente, cada una coge las fichas que desee de cualquier montón, pero sólo de uno. Ahora, gana quien coge la última ficha.

Considera, por ejemplo, cinco montones de fichas, que tienen, respectivamente, 1, 2, 3, 4 y 5 fichas. ¿Eres capaz de encontrar un algoritmo ganador?

Lo cierto es que, en este caso, el algoritmo ganador no es tan sencillo como el del Quitpal. Debes escribir en binario los números que hay en cada montón, uno bajo otro, y dejarle a tu rival una posición en la que el número de 1 de cada columna sea par.

Por ejemplo, supongamos que hay tres montones, con 3, 5 y 8 fichas. Al escribir estos números en binario, obtenemos:

```
  11
 101
1000
```

Por tanto, cogiendo 2 fichas del montón de 8, tu rival se encontrará ante una posición perdedora, ya que la suma de cada columna es par.

```
  11
 101
 110
```

a) ¿Qué jugadas se pueden hacer en primer lugar para tener la certeza de ganar en 1-2-3-4-5?

## 8.- Algunas soluciones

1-b) La imprenta (Gutenberg, sobre 1440)

3-a) 16, 30

4-a) Comienza cogiendo 2 fichas. Después, si tu rival coge  $k$  fichas, toma  $4 - k$ .

4-b) Decidir quien comienza a coger fichas. Si el máximo número de fichas a coger es  $m$ , déjale a tu rival un número de fichas que sea múltiplo de  $(m + 1)$  más 1; si no te es posible, indica que tu rival sea quien comienza a coger. Durante el juego, cada vez que tu contrincante tome  $k$  fichas, coge  $(m + 1) - k$ .

6-a) 1000, 11011; 10

6-b) 5, 20

6-c) 255

7-a) Coger una ficha de los montones 1, 3 o 5.